Produit scalaire

Calculer un produit scalaire

Exercice 1.

Dans un repère orthonormé, calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$:

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$
3. $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$, $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$
4. $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$, $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$

Exercice 2.

$ABCD$ est un carré de côté 4 et I le milieu de $[BC]$. Calculer en utilisant des projections : $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AI}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$, $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$.

Exercice 3.

ABC est un triangle équilatéral de côté 6. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ et $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

Exercice 4.

On sait que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$ et $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 7$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, puis l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$.

Utiliser les propriétés du produit scalaire

Exercice 5.

$\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. Calculer :

1. $(2\vec{u}) \cdot (-\vec{v})$
2. $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2$
3. $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$

Exercice 6.

Déterminer le réel m pour que $\vec{u}\begin{pmatrix}m\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\m-1\end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

Exercice 7.

$A(1;2)$, $B(5;4)$, $C(3;8)$. Le triangle ABC est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?

Utiliser la formule d'Al-Kashi

Exercice 8.

Dans un triangle ABC, $AB = 8$, $AC = 5$ et $\widehat{BAC} = 120°$. Calculer BC.

Exercice 9.

Un triangle a pour côtés 4, 6 et 7. Calculer la mesure de son plus grand angle au dixième de degré.

Exercice 10. [Navigation]

Deux bateaux partent du même port. L'un parcourt 12 km, l'autre 9 km, selon deux caps qui font un angle de 50°. Quelle distance les sépare ?

Déterminer une équation de droite à l'aide d'un vecteur normal

Exercice 11.

Déterminer une équation cartésienne de la droite d :

1. passant par $A(1;-2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$;
2. passant par $B(3;0)$ et perpendiculaire à la droite $\Delta : 2x - 5y + 1 = 0$;
3. médiatrice du segment $[EF]$ avec $E(-1;3)$ et $F(5;1)$.

Exercice 12.

Dans le triangle $A(0;0)$, $B(6;0)$, $C(2;4)$, déterminer une équation de la hauteur issue de A, puis de celle issue de B. En déduire les coordonnées de l'orthocentre H.

Déterminer et utiliser l'équation d'un cercle

Exercice 13.

1. Déterminer une équation du cercle de centre $\Omega(-1;2)$ et de rayon 3.
2. Déterminer une équation du cercle de centre $\Omega(2;1)$ passant par $A(5;5)$.
3. Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$ avec $A(1;1)$ et $B(3;5)$.

Exercice 14.

Les équations suivantes sont-elles celles de cercles ? Si oui, préciser le centre et le rayon.

1. $x^2+y^2+6x-2y+6=0$ **2.** $x^2+y^2-8y+20=0$

Déterminer un projeté orthogonal

Exercice 15.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de $A(4;-1)$ sur la droite d : $2x+y-2=0$, puis la distance de A à d.

Corrigé

