Expérimentations et simulation

Comprendre la fluctuation d'échantillonnage

Exercice 1.

Une urne contient 30 % de boules rouges. Trois élèves tirent chacun 50 boules avec remise et obtiennent 13, 17 et 15 boules rouges.

1. Calculer les fréquences observées. Pourquoi sont-elles différentes ?
2. Que peut-on prévoir si chacun tire 10 000 boules ?

Simuler une expérience aléatoire avec Python

Exercice 2.

Compléter la fonction suivante pour qu'elle simule n lancers d'un dé équilibré et renvoie la fréquence des « 6 ».

```
from random import randint
def frequence_six(n):
    c = 0
    for i in range(n):
        if ..... :
            c = c + 1
    return .....
```

Exercice 3.

Que fait la fonction suivante ? Quelle valeur renvoie-t-elle approximativement pour $n = 100\,000$?

```
from random import randint
def mystere(n):
    s = 0
    for i in range(n):
        s = s + randint(1, 6) + randint(1, 6)
    return s / n
```

Exercice 4.

Écrire une fonction premier_six() qui lance un dé jusqu'à obtenir 6 et renvoie le nombre de lancers effectués. Écrire ensuite un programme qui calcule le nombre moyen de lancers sur 10 000 essais. (On peut conjecturer que l'espérance vaut 6.)

Calculer et interpréter l'écart type d'une série de moyennes

Exercice 5.

On a simulé $N = 1\,000$ échantillons de taille n de lancers d'une pièce équilibrée et calculé l'écart type s de la série des fréquences de « pile ».

n	25	100	400	1 600
s	0,101	0,049	0,025	0,013

1. Calculer $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ pour chaque valeur de n sachant que $\sigma = 0,5$. Comparer.
2. Par combien faut-il multiplier la taille de l'échantillon pour diviser l'écart type par 2 ?

Observer la proportion d'échantillons proches de l'espérance

Exercice 6.

Pour une pièce équilibrée et des échantillons de taille $n = 400$:

1. Calculer $\dfrac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ avec $\sigma = 0,5$.
2. Entre quelles valeurs la fréquence de « pile » se trouve-t-elle dans environ 95 % des échantillons ?
3. Sur 400 lancers, Paul obtient 236 « pile ». Que peut-on en penser ?

Exercice 7.

Programmer la fonction `proportion_proches(N, n, p)` du cours, puis l'exécuter avec $N = 1\,000$, $n = 100$ et $p = 0,3$. Quelle valeur obtient-on environ ? Recommencer avec $p = 0,8$.

Exercice 8. **[Sondage]**

Dans une ville, 52 % des électeurs votent pour un candidat. On interroge au hasard n électeurs.

1. Calculer $\sigma = \sqrt{p(1-p)}$ puis $\dfrac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ pour $n = 100$ puis $n = 2\,500$.
2. Pour quelle taille d'échantillon la fréquence observée est-elle, dans environ 95 % des cas, supérieure à 0,5 ?

Corrigé

