Corrigé
Notion de suites

Calculer des termes

Exercice 1.

Calculer u_0, u_1, u_2 et u_{10}.

1. $u_n = 3n - 7$
2. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$
3. $u_n = (-1)^n \times n^2$

1. $-7 ; -4 ; -1 ; 23$.
2. $\frac{1}{2} ; \frac{2}{3} ; \frac{3}{4} ; \frac{11}{12}$.
3. $0 ; -1 ; 4 ; 100$.

Exercice 2.

Calculer les quatre premiers termes de chaque suite.

1. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$.
2. $v_0 = 10$ et $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{2} + 1$.
3. $w_1 = 1$ et $w_{n+1} = w_n + n$.
4. $F_0 = F_1 = 1$ et $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.
5. Compléter la fonction Python suivante pour qu'elle renvoie F_n (la variable `a` contient un terme et `b` le suivant). Que renvoie `F(10)` ?

1. $1 ; 5 ; 13 ; 29$.
2. $10 ; 6 ; 4 ; 3$.
3. $1 ; 2 ; 4 ; 7$.
4. $1 ; 1 ; 2 ; 3$.
5. À chaque étape, le terme suivant devient le terme courant et le nouveau terme est la somme des deux :

```
def F(n):
    a = 1
    b = 1
    for i in range(n):
        a, b = b, a + b
    return a
```

`F(10)` renvoie 89 (termes : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89).

Exercice 3.

Soit $u_n = n^2 - 2n$. Exprimer en fonction de n : u_{n+1}, $u_n + 1$, u_{2n} et u_{n-1}.

$u_{n+1} = (n+1)^2 - 2(n+1) = n^2 - 1$; $u_n + 1 = n^2 - 2n + 1$; $u_{2n} = 4n^2 - 4n$; $u_{n-1} = n^2 - 4n + 3$.

Modéliser et programmer

Exercice 4.

Un abonnement de streaming compte 5 000 abonnés en janvier 2026. Chaque mois, 10 % des abonnés se désabonnent et 800 nouveaux s'abonnent. On note a_n le nombre d'abonnés n mois après janvier 2026.

1. Calculer a_1 et a_2.
2. Justifier que $a_{n+1} = 0,9a_n + 800$.
3. Compléter la fonction Python suivante pour qu'elle renvoie a_n.

```
def abonnes(n):
    a = ...
    for i in range(...):
        a = ...
    return a
```

1. $a_1 = 4\,500 + 800 = 5\,300$; $a_2 = 4\,770 + 800 = 5\,570$.
2. On garde 90 % des abonnés et on en ajoute 800.
3. `a = 5000`, `range(n)`, `a = 0.9*a + 800`.

Exercice 5.

Que renvoie la fonction `mystere(4)` ? Quelle suite cette fonction calcule-t-elle ?

```
def mystere(n):
    u = 0
    for k in range(1, n+1):
        u = u + k**2
    return u
```

$1 + 4 + 9 + 16 = 30$. Elle calcule $u_n = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2$, soit $u_0 = 0$ et $u_n = u_{n-1} + n^2$.

Représenter une suite

Exercice 6.

Représenter graphiquement les cinq premiers termes de chaque suite, puis conjecturer son sens de variation.

1. $u_n = 5 - n$ **2.** $u_0 = 1,\ u_{n+1} = 2u_n$ **3.** $w_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$

1. $5, 4, 3, 2, 1$: points alignés, décroissante.

2. $1, 2, 4, 8, 16$: croissante.

3. $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$: ni croissante ni décroissante (termes alternés qui se rapprochent de 0).

Étudier le sens de variation

Exercice 7.

Étudier le sens de variation de chaque suite.

1. $u_n = 2n^2 + 3$

2. $u_n = -4n + 1$

3. $u_{n+1} = u_n + n^2 + 2$

4. $u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{n+1}$

5. $u_n = \dfrac{1}{n+3}$

6. $u_n = n^2 - 6n$

1. $u_{n+1} - u_n = 4n + 2 > 0$: croissante.

2. $u_{n+1} - u_n = -4$: décroissante.

3. $u_{n+1} - u_n = n^2 + 2 > 0$: croissante.

4. $u_{n+1} - u_n < 0$: décroissante.

5. $x \mapsto \frac{1}{x+3}$ décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$: décroissante.

6. $u_{n+1} - u_n = 2n - 5$: négatif pour $n \leqslant 2$, positif ensuite. La suite décroît jusqu'à u_3 puis croît : elle n'est pas monotone (mais croissante à partir du rang 3).

Exercice 8.

Soit $u_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geqslant 1$. Montrer que $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{2n}{n+1}$, puis en déduire le sens de variation de (u_n).

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{2^n} = \frac{2n}{n+1}$. Or $2n \geqslant n+1$ pour $n \geqslant 1$, donc le quotient est $\geqslant 1$: la suite est croissante (strictement à partir de $n = 1$, $u_1 = u_2 = 2$).

Conjecturer une limite et déterminer un seuil

Exercice 9.

Conjecturer la limite de chaque suite à l'aide de la calculatrice.

1. $u_n = \dfrac{3n+1}{n+2}$

2. $u_0 = 0$, $u_{n+1} = 0,5u_n + 3$

3. $u_n = n^2 - 10n$

4. $u_n = 0,9^n$

1. 3.

2. 6.

3. $+\infty$.

4. 0.

Exercice 10.

Reprendre l'exercice 4. Écrire un programme Python qui détermine au bout de combien de mois le nombre d'abonnés dépassera 7 500. Quel résultat obtient-on ?

`a=5000 ; n=0 ; while a<=7500: a=0.9*a+800 ; n=n+1`. On obtient $n = 18$ ($a_{17} \approx 7\,499,7$ et $a_{18} \approx 7\,549,7$). La suite tend vers 8 000.