Variables aléatoires

Déterminer une loi de probabilité

Exercice 1.

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. On gagne 10 € si c'est un as, 4 € si c'est une figure (roi, dame, valet), et on perd 2 € sinon. X désigne le gain algébrique.

1. Donner la loi de probabilité de X.
2. Calculer $P(X > 0)$.

Exercice 2.

On lance deux dés équilibrés à 6 faces et on note S la somme des résultats.

1. Quelles valeurs S peut-elle prendre ? Donner sa loi (on pourra utiliser un tableau à double entrée).
2. Calculer $P(S \geqslant 10)$ et $P(S \leqslant 4)$.

Exercice 3.

La loi de X est donnée ci-dessous. Déterminer a.

x_i	-1	0	2	5
$P(X = x_i)$	0,3	a	$2a$	0,1

Calculer et interpréter une espérance

Exercice 4.

Calculer l'espérance de X dans les exercices 1 et 3. Interpréter le résultat de l'exercice 1.

Exercice 5.

Pour participer à une loterie, on paie 3 €. Sur 1 000 billets, un billet gagne 500 €, dix billets gagnent 50 € et cent billets gagnent 5 €. Soit G le gain algébrique d'un joueur (mise déduite).

1. Donner la loi de G et calculer $E(G)$.
2. Quel prix du billet rendrait le jeu équitable ?

Exercice 6.

Une compagnie d'assurance propose un contrat à 120 € par an. Une étude montre que, chaque année, 5 % des assurés déclarent un petit sinistre coûtant 500 € à la compagnie et 1 % un sinistre important coûtant 5 000 €. On note B le bénéfice de la compagnie pour un contrat. Calculer $E(B)$.

Calculer une variance et un écart type

Exercice 7.

Calculer la variance et l'écart type de X dans l'exercice 3.

Exercice 8.

Deux placements ont des rendements annuels (en %) modélisés par X et Y :

x_i	-2	4	8
$P(X = x_i)$	0,2	0,5	0,3

y_i	3	5
$P(Y = y_i)$	0,4	0,6

Comparer leurs espérances et leurs écarts types. Lequel conseiller à un investisseur prudent ?

Exercice 9.

X a pour espérance $E(X) = 12$ et pour écart type $\sigma(X) = 3$. Calculer l'espérance et l'écart type de $Y = 5X - 20$ et de $Z = -X + 4$.

Simuler une variable aléatoire

Exercice 10.

Écrire une fonction Python $\mathrm{gain}()$ qui simule le gain du jeu de l'exercice 1, puis un programme qui affiche le gain moyen sur 10 000 parties. Quelle valeur attend-on ?

Corrigé