Épreuve anticipée de mathématiques
Première non spécialité
Suites

Exercice 1.

Une zoologiste étudie l'évolution de la population d'une espèce animale dans un secteur géographique délimité. Elle a estimé que cette population diminue chaque année de 100 individus. Elle modélise la situation par la suite (u_n) telle que u_n représente le nombre d'individus au 1er mars $2025+n$.
Au 1er mars 2025, la population compte 2 500 individus.

1. **a.** Donner u_0 à partir des données de l'exercice.
   b. Selon ce modèle, calculer le nombre d'individus au 1er mars 2026.
2. **a.** Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.
   b. Quelle est la nature de cette suite ? On précisera sa raison.
   c. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) en fonction de n.
3. Justifier le sens de variation de la suite (u_n).
4. Selon ce modèle, à partir du 1er mars de quelle année le nombre d'individus sera-t-il inférieur à 1 250 ?

Corrigé

u_n désigne le nombre d'individus au 1er mars $2025+n$. La population diminue chaque année de 100 individus ; au 1er mars 2025, elle compte 2 500 individus.

1. **a.** L'année 2025 correspond à $n=0$: $u_0=2\,500$.
   b. L'année 2026 correspond à $n=1$: $u_1=u_0-100=2\,500-100=2\,400$.
   Selon ce modèle, au 1er mars 2026, la population comptera 2 400 individus.
2. **a.** Chaque année, la population diminue de 100 individus donc, pour tout entier naturel n : $u_{n+1}=u_n-100$.
   b. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=u_n+(-100)$: la suite (u_n) est **arithmétique** de raison $r=-100$ et de premier terme $u_0=2\,500$.
   c. Pour une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r : $u_n=u_0+nr$.
   Pour tout entier naturel n, $u_n=2\,500-100n$.
3. La raison de la suite est $r=-100<0$. La suite (u_n) est donc **décroissante**.
4. $$u_n<1\,250 \iff 2\,500-100n<1\,250 \iff -100n<-1\,250 \iff n>12{,}5.$$
   Le plus petit entier n qui convient, immédiatement supérieur à 12,5, est $n=13$.
   C'est à partir du 1er mars $2025+13=2038$ que le nombre d'individus sera, selon ce modèle, inférieur à 1 250.

Exercice 2.

En 2025, Jean a acheté un téléphone portable d'une valeur de 1 060 €.
On suppose que la valeur du téléphone diminue de 100 € chaque année.
Soit (u_n) la suite modélisant la valeur du téléphone, en euros, l'année $2025+n$ pour tout entier naturel n.
Ainsi $u_0 = 1\,060$.

1. Calculer u_1 et u_2. Interpréter la valeur de u_2 dans le contexte de l'exercice.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.
3. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser la raison de la suite.
4. Exprimer u_n en fonction de n.
5. À partir de quelle année la valeur du téléphone aura-t-elle perdu plus de la moitié de sa valeur initiale ?

Corrigé

u_n désigne la valeur du téléphone, en euros, l'année $2025+n$; $u_0 = 1\,060$ et la valeur diminue de 100 € chaque année.

1. $u_1 = 1\,060 - 100 = 960$ et $u_2 = 960 - 100 = 860$.
   Pour $n = 2$, $2025 + 2 = 2027$. En 2027, le téléphone vaudra 860 €.
2. Chaque année, la valeur diminue de 100 € donc, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = u_n - 100$.
3. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + (-100)$: la suite (u_n) est **arithmétique** de raison $r = -100$ et de premier terme $u_0 = 1\,060$.
4. Pour une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r : $u_n = u_0 + nr$.
   Pour tout entier naturel n, $u_n = 1\,060 - 100n$.
5. La moitié de la valeur initiale est $\dfrac{1\,060}{2} = 530$ €. Le téléphone a perdu plus de la moitié de sa valeur lorsque $u_n < 530$.

$$u_n < 530 \iff 1\,060 - 100n < 530 \iff -100n < -530 \iff n > 5{,}3.$$

   Le plus petit entier n qui convient est $n = 6$.
   C'est à partir de l'année $2025 + 6 = 2031$ que le téléphone aura perdu plus de la moitié de sa valeur initiale.

Exercice 3.

En 2025, une étude démographique indique qu'il y a eu 60 000 naissances et 40 000 décès dans une population donnée. Les spécialistes modélisent que le nombre de naissances diminuera de 2 % chaque année, tandis que le nombre de décès augmentera de 900 par an.

Soit n un entier naturel. On note :

- u_n le nombre de naissances prévues l'année $2025 + n$;
- v_n le nombre de décès prévus l'année $2025 + n$.

On a donc $u_0 = 60\,000$ et $v_0 = 40\,000$.

1. a. Déterminer le nombre de naissances prévues l'année 2026.

b. Déterminer le nombre de décès prévus l'année 2026.

2. a. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}98\,u_n$.

b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ou géométrique ? Préciser sa raison.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

3. a. Justifier que la suite (v_n) est arithmétique. Préciser sa raison.

b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

4. La feuille de calcul ci-dessous donne les valeurs successives de u_n et de v_n (les valeurs sont évidemment arrondies à l'unité).

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	60 000	40 000
3	1	58 800	40 900
⋮	⋮	⋮	⋮
11	9	50 025	48 100
12	10	49 024	49 000
13	11	48 044	49 900
14	12	47 083	50 800
15	13	46 141	51 700

a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C3 de sorte que, recopiée vers le bas, elle permette d'afficher les valeurs de la suite (v_n) ?

b. Justifier, par un calcul, pourquoi 49 000 est affiché dans la cellule C12.

5. On appelle solde naturel annuel la différence entre le nombre de naissances et le nombre de décès de l'année. Ainsi le solde naturel en 2025 est 20 000.

À l'aide de la feuille de calcul ci-dessus, déterminer à partir de quelle année le solde naturel de cette population devient négatif.

Corrigé

1. a. Diminuer de 2 % revient à multiplier par $1 - \dfrac{2}{100} = 0,98$.

$u_1 = 0,98 \times 60\,000 = 58\,800$.

On prévoit 58 800 naissances en 2026.

b. $v_1 = 40\,000 + 900 = 40\,900$.

On prévoit 40 900 décès en 2026.

2. a. D'une année à la suivante, le nombre de naissances diminue de 2 % donc, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = u_n - \frac{2}{100}u_n = u_n(1 - 0,02) = 0,98u_n.$$

b. On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre 0,98 : la suite (u_n) est **géométrique** de raison $q = 0,98$ et de premier terme $u_0 = 60\,000$.

c. Pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 \times q^n$.

Pour tout entier naturel n, $u_n = 60\,000 \times 0,98^n$.

3. a. Pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = v_n + 900$. La suite (v_n) est **arithmétique** de raison $r = 900$ et de premier terme $v_0 = 40\,000$.

b. Pour tout entier naturel n, $v_n = v_0 + nr$

Pour tout entier naturel n, $v_n = 40\,000 + 900n$.

4. a. On saisit en C3 la formule `=C2+900`.

b. La ligne 12 correspond à $n = 10$: $v_{10} = 40\,000 + 900 \times 10 = 49\,000$.

La cellule C12 affiche 49 000.

5. Le solde naturel de l'année $2025 + n$ est $u_n - v_n$; il est négatif lorsque $u_n < v_n$.

Dans la tableau donné, on remarque que pour $n = 10$, $u_{10} > v_{10}$ et pour $n = 11$, $u_{11} < v_{11}$.

Comme (u_n) est décroissante et (v_n) croissante, le solde reste ensuite négatif.

Le solde naturel devient négatif à partir de l'année $2025 + 11 = 2036$.

Exercice 4.

Vous venez de commencer une nouvelle partie d'un jeu vidéo au cours de laquelle votre personnage gagne de l'expérience et obtient de la potion magique.

Partie A – Gain d'expérience

Quand votre personnage passe d'un niveau au niveau supérieur, il gagne 80 points d'expérience.
Quand vous commencez, votre personnage est au niveau 0 et a 20 points d'expérience.

1. Combien votre personnage a-t-il de points d'expérience quand il est au niveau 1 ?

2. Montrer que, quand votre personnage est au niveau 10, il a plus de 800 points d'expérience.

3. À quel niveau votre personnage est-il s'il a 2020 points d'expérience ?
Justifier par un calcul.

Partie B – Gain d'énergie magique

À la fin de chaque niveau, votre personnage doit neutraliser un monstre. Cela lui rapporte de l'énergie sous forme de potion magique. Au niveau 0, le monstre neutralisé permet de récupérer 10 centilitres (cl) de potion magique.
À chaque niveau, cette quantité augmente de 20 % par rapport au niveau précédent.

Arrondir les résultats, si nécessaire, au centilitre près.

Soit n un entier naturel.
On note v_n la quantité de potion magique (en cl) récupérée pour le monstre neutralisé au niveau n.

1. Expliquer pourquoi $v_0 = 10$.

2. Justifier que $v_{n+1} = 1,2\,v_n$ pour tout entier naturel n.

3. En déduire la nature de la suite (v_n) et préciser sa raison.

4. Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

5. **a.** Montrer que $v_5 \approx 25$.

b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

6. À partir de quel niveau la quantité de potion magique récupérée par monstre neutralisé dépasse-t-elle 0,6 litre ?

Aide aux calculs	
$1,2^2$	1,44
$1,2^3$	1,728
$1,2^4$	2,073 6
$1,2^5$	2,488 32
$1,2^6$	2,985 984
$1,2^7$	3,583 180 8
$1,2^8$	4,299 816 96
$1,2^9$	5,159 780 35
$1,2^{10}$	6,191 736 42
$1,2^{11}$	7,430 083 71

Corrigé

Partie A – Gain d'expérience

1. Au niveau 0, le personnage a 20 points, il en gagne 80 lorsqu'il change de niveau, donc au niveau 1, le personnage a $20 + 80 = 100$ points d'expérience.

2. Lorsque le personnage est au niveau 10, il a changé 10 fois de niveau, donc acquis $10 \times 80 = 800$ points d'expérience, qui s'ajoutent aux 20 du début de la partie.
Arrivé au niveau 10, le personnage a donc plus de 800 points d'expérience, 820 pour être précis.

3. Si le personnage a 2 020 points d'expérience, cela signifie qu'il a 2 000 points de plus qu'au début de la partie.
Si on appelle n le niveau atteint, il a changé n fois de niveau, et on sait que $n \times 80 = 2\,000$, donc $n = \dfrac{2\,000}{80} = \dfrac{200}{8} = \dfrac{100}{4} = 25$.
Si le personnage a 2 020 points d'expérience, il est donc au niveau 25.

Partie B – Gain d'énergie magique

1. Au niveau 0, le monstre neutralisé permet de récupérer 10 centilitres (cl) de potion magique, donc $v_0 = 10$.

2. À chaque niveau, cette quantité augmente de 20 % par rapport au niveau précédent.
Augmenter une quantité de 20 % revient à la multiplier par $\dfrac{100+20}{100} = 1,2$.
Donc, si v_n est la quantité de potion magique récupérée au niveau n, $v_{n+1} = 1,2\,v_n$, pour tout entier naturel n.

3. (v_n) est donc une suite géométrique de raison 1,2 et de premier terme $v_0 = 10$.

4. L'expression explicite d'une suite géométrique (v_n) de premier terme v_0 et de raison q est :
$\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0\, q^n$,
donc l'expression de (v_n) en fonction de n est $v_n = 10 \times 1,2^n$, pour tout entier naturel n.

5. **a.** On sait que $v_5 = 10 \times 1{,}2^5 = 24{,}883\,2$,
donc $v_5 \approx 25$, arrondi à l'unité.

b. Cela signifie que le monstre neutralisé à la fin du niveau 5 permettra au personnage de récupérer environ 25 cl de potion magique.

6. 0,6 litre = 60 cl, donc on cherche pour quelle valeur de n v_n dépassera 60.
Puisque $v_n = 10 \times 1{,}2^n$, v_n dépasse 60 si $1{,}2^n$ est plus grand que 6 : il faut donc attendre le niveau 10 pour que la quantité de potion magique dépasse 0,6 litre.

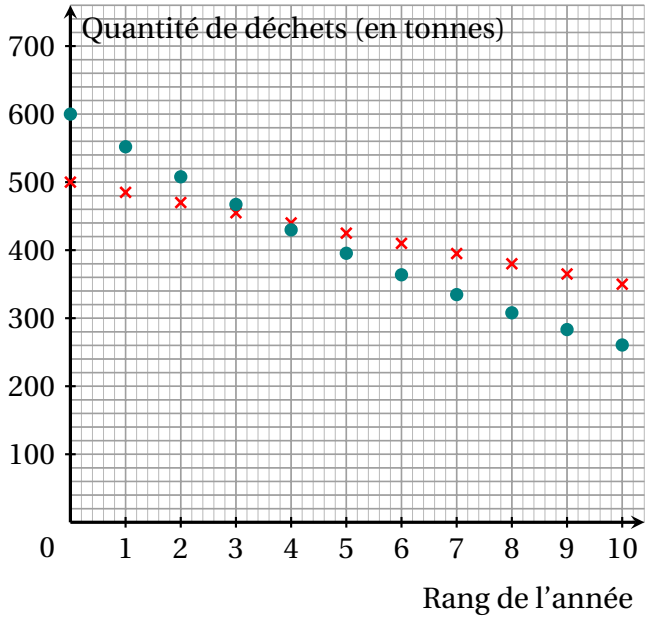
Exercice 5.

Deux entreprises A et B souhaitent réduire leurs déchets plastiques.

- L'entreprise A réduit ses déchets de 15 tonnes chaque année.
  Elle produit 500 tonnes de déchets en 2020.
- L'entreprise B réduit ses déchets de 8 % chaque année.
  Elle produit 600 tonnes de déchets en 2020.

Partie A

On a représenté ci-dessous les quantités annuelles estimées de déchets plastiques des entreprises A et B entre 2020 et 2030, en prenant l'année 2020 comme année de rang 0 .



1. Justifier que la quantité de déchets produits par l'entreprise A est représentée par les points marqués d'une croix.

2. Déterminer graphiquement à partir de quelle année l'entreprise B produit moins de déchets que l'entreprise A.

3. L'entreprise A atteindra-t-elle son objectif de réduire au moins de moitié ses déchets plastiques en 2030 ?

Partie B

1. On note u_n la quantité de déchets plastiques, en tonnes, produits par l'entreprise A lors de l'année $2020+n$, où n est un entier naturel.

Ainsi, $u_0 = 500$.

a. Calculer u_1.

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

b. Justifier que la suite (u_n) est arithmétique.

Préciser sa raison.

On a utilisé un tableur pour calculer les termes de la suite (u_n).

Un extrait de la feuille de calcul est donné ci-dessous.

	A	B	C
1	Déchets produits par l'entreprise A		
2	Année	Rang n	Quantité de déchets u_n (en tonnes)
3	2020	0	500
4	2021	1	485
5	2022	2	470
6	2023	3	455
7	2024	4	440
8	2025	5	425
9	2026	6	410
10	2027	7	395
11	2028	8	380
12	2029	9	365
13	2030	10	350
14	2031	11	335
15	2032	12	320
16	2033	13	305
17	2034	14	290
18	2035	15	275
19	2036	16	260
20	2037	17	245
21	2038	18	230
22	2039	19	215
23	2040	20	200

c. Dans la cellule C4, quelle formule doit-on saisir puis recopier vers le bas, afin d'obtenir les termes de la suite (u_n) ?

d. Déterminer au bout de combien d'années l'entreprise A atteindra son objectif de réduire au moins de moitié ses déchets plastiques.

2. On note v_n la quantité de déchets plastiques, en tonnes, produits par l'entreprise B lors de l'année $2020+n$, où n est un entier naturel.

Ainsi, $v_0 = 600$.

a. Justifier que pour tout entier naturel n,

$$v_{n+1} = 0,92v_n.$$

b. La suite (v_n) est-elle arithmétique ou géométrique ?
Préciser sa raison.

c. Exprimer v_n en fonction de n.

d. Au bout de combien d'années l'entreprise B aura-t-elle atteint son objectif de réduire au moins de moitié ses déchets plastiques ?
Justifier votre réponse à l'aide du tableau ci-dessous.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$0,92^n$ (arrondi au centième)	0,92	0,85	0,78	0,72	0,66	0,61	0,56	0,51	0,47	0,43

Corrigé

Partie A

1. Les points représentés par des croix sont alignés, ce qui caractérise une progression arithmétique. C'est-à-dire l'ajout d'une même quantité (−15) pour obtenir un terme à partir du précédent.

2. Au rang 4, la croix est au-dessus du point. Donc à partir de 2024 (2020+4), l'entreprise B produit moins de déchets plastiques que l'entreprise A.

3. L'année 2030 correspond au rang 10. On lit pour le rang 10, l'ordonnée du point (croix) environ 350, en tout cas supérieure à 250, la moitié de 500. L'objectif de l'entreprise A n'est pas atteint.

Partie B

1. a. $u_1 = u_0 - 15 = 500 - 15 = 485$
Selon le modèle, en 2021, l'entreprise A produit 485 tonnes de déchets.

b. u_{n+1} est la quantité en tonnes de déchets produits par l'entreprise A une année après qu'elle en a produit u_n, soit suivant le modèle : $u_{n+1} = u_n - 15$. Cette relation de récurrence caractérise une suite arithmétique de raison −15.

c. On doit saisir «=C3 - 15».

d. En 2037, la quantité de déchets devient inférieure à 250 tonnes (la moitié de 500), soit au bout de 17 ans.

2. a. v_{n+1} est obtenu en réduisant v_n de 8 %. Réduire de 8 %, c'est multiplier par 0,92. Soit $v_{n+1} = 0,92v_n$.

b. La relation de récurrence $v_{n+1} = 0,92v_n$ caractérise une suite géométrique de raison 0,92.

c. $v_n = v_0 \times 0,92^n$

d. Il faut déterminer n tel que $0,92^n < 0,5$. On lit dans le tableau que cela correspond à $n = 9$.
L'entreprise B aura atteint son objectif de réduire au moins de moitié ses déchets plastiques en 2029 (2020 + 9).

Exercice 6.

On compte le nombre d'arbres de deux forêts où de nouveaux arbres sont plantés chaque année.

Partie A : Première forêt

Dans cette forêt, au 1er janvier 2010, on dénombrait 1 200 arbres.
On suppose que le nombre d'arbres augmente de 100 par an.
On modélise cette évolution par une suite (u_n), où u_n représente le nombre d'arbres dans cette forêt au 1er janvier de l'année $2010+n$ pour tout entier naturel n.
Ainsi, on a $u_0 = 1\,200$

1. Calculer u_1 et u_2.
   Interpréter u_2 dans le contexte de l'exercice.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.
   En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison r.
3. Exprimer u_n en fonction de n.
4. D'après ce modèle, à partir de quelle année la forêt comptera-t-elle plus de 2 950 arbres ?

Partie B : Seconde forêt

Dans cette forêt, au 1er janvier 2010, on dénombrait 1 000 arbres.
On suppose que le nombre d'arbres augmente de 5 % par an.
On modélise cette évolution par une suite (v_n), où v_n représente le nombre d'arbres dans cette forêt au 1er janvier de l'année $2010+n$ pour tout entier naturel n.
Ainsi, on a $v_0 = 1\,000$

1. Calculer le nombre d'arbres au 1er janvier 2011.
2. Déterminer la nature de la suite (v_n) et préciser sa raison r.
3. D'après ce modèle, on estime qu'au 1er janvier 2030, il y aura environ 2 653 arbres sur la parcelle.
   Quel terme de la suite a-t-on calculé ?
   Quel a été le calcul effectué ?

Partie C : Comparaison des évolutions

Grâce à l'extrait de tableur ci-dessous, on visualise le nombre d'arbres arrondi à l'unité dans les deux forêts.

n	0	1	2	3	…	26	27	28	**29**
u_n	1 200	1 300	1 400	1 500	…	3 800	3 900	4 000	**4 100**
v_n	1 000	1 050	1 103	1 158	…	3 556	3 733	3 920	**4 116**

Interpréter dans le contexte de l'exercice les résultats de la dernière colonne.

Corrigé

On compte le nombre d'arbres de deux forêts où de nouveaux arbres sont plantés chaque année.

Partie A Première forêt

Dans cette forêt, au 1er janvier 2010, on dénombrait 1 200 arbres.
On suppose que le nombre d'arbres augmente de 100 par an.
On modélise cette évolution par une suite (u_n), où u_n représente le nombre d'arbres dans cette forêt au 1er janvier de l'année $2010+n$ pour tout entier naturel n.
Ainsi, on a $u_0 = 1\,200$

1. Calculer u_1 et u_2. Interpréter u_2 dans le contexte de l'exercice.

   CORRECTION

   Le nombre d'arbres augmente de 100 par an, donc $u_1 = 1\,200 + 100 = 1\,300$ et $u_2 = 1\,300 + 100 = 1\,400$.

   Dans le contexte de l'exercice, cela signifie que la forêt comptera 1 400 arbres en 2012.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n. En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison r.

   CORRECTION

   Chaque année le nombre d'arbres augmente de 100, donc $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + 100$.

   La suite (u_n) est donc une suite arithmétique, de raison 100 et de premier terme $u_0 = 1\,200$.

3. Exprimer u_n en fonction de n.

   CORRECTION

   L'expression explicite de (u_n) est donc $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = u_0 + r \times n = 1\,200 + 100\ n$

4. D'après ce modèle, à partir de quelle année la forêt comptera-t-elle plus de 2 950 arbres ?

   CORRECTION

   Comme le nombre d'arbres est toujours un multiple de 100, la forêt comptera plus de 2 950 arbres… lorsqu'elle en aura 3 000.

   $u_n = 3\,000 \iff 1\,200 + 100\ n = 3\,000 \iff 100\ n = 1\,800$, donc il faut que $n = 18$: c'est à partir de 2028 que la forêt dépassera 2 950 arbres.

Partie B Seconde forêt

Dans cette forêt, au 1er janvier 2010, on dénombrait 1 000 arbres.
On suppose que le nombre d'arbres augmente de 5% par an.
On modélise cette évolution par une suite (v_n), où v_n représente le nombre d'arbres dans cette forêt au 1er janvier de l'année $2010+n$ pour tout entier naturel n.
Ainsi, on a $v_0 = 1\,000$

1. Calculer le nombre d'arbres au 1er janvier 2011.

   CORRECTION

   Le nombre d'arbres augmente de 5 % par an, et 5 % de 1 000 c'est 50.

   Donc au 1er janvier 2011, il y aura dans cette forêt 1 050 arbres.

2. Déterminer la nature de la suite (v_n) et préciser sa raison r.

   CORRECTION

   Chaque année, le nombre d'arbres augmente de 5 %, ce qui revient à multiplier la quantité de l'année précédente par 1,05.

   (v_n) est donc une suite géométrique, de raison 1,05 et de premier terme 1 000.

3. D'après ce modèle, on estime qu'au 1er janvier 2030, il y aura environ 2 653 arbres sur la parcelle. Quel terme de la suite a-t-on calculé ? Quel a été le calcul effectué ?

CORRECTION

L'année 2030 correspond à v_{20}, car $2030 = 2010 + 20$.

L'expression explicite de la suite (v_n) est $v_n = v_0 \times q^n = 1\,000 \times 1{,}05^n$, donc on a effectué le calcul $1\,000 \times 1{,}05^{20}$ pour trouver ce résultat.

Partie C Comparaison des évolutions

Grâce à l'extrait de tableur ci-dessous, on visualise le nombre d'arbres arrondi à l'unité dans les deux forêts.

n	0	1	2	3	…	26	27	28	**29**
u_n	1 200	1 300	1 400	1 500	…	3 800	3 900	4 000	**4 100**
v_n	1 000	1 050	1 103	1 158	…	3 556	3 733	3 920	**4 116**

Interpréter dans le contexte de l'exercice les résultats de la dernière colonne.

CORRECTION

Dans la dernière colonne, on observe que $v_{29} > u_{29}$, alors que pour tous les termes précédents, on avait $u_n > v_n$.

On peut en déduire qu'à partir de 2039, la forêt n°2 aura un plus grand nombre d'arbres que la forêt n°1.

Exercice 7.

En 2025, Emma et Pierre disposent d'un capital initial de 20 000 €.
Pour réaliser un projet, ils ont besoin que le capital s'élève à 22 000 €.
Ils souhaitent donc placer leur capital durant plusieurs années.
Ils ont le choix entre deux placements :

A – Premier placement.

Avec ce placement A, le capital augmente chaque année de 200 € par rapport au capital de l'année précédente.
On note a_n la somme disponible en $2025 + n$.
On a donc $a_0 = 20\,000$.

1. Calculer a_1 et a_2 .

2. **a.** Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n pour tout entier naturel n.

b. En déduire la nature de la suite (a_n).

Préciser sa raison.

3. Exprimer a_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

4. À partir de quelle année auront-ils la somme nécessaire pour leur projet ?

B – Second placement.

Avec le placement B, le capital augmente chaque année de 2 % par rapport au capital de l'année précédente.

On note b_n la somme disponible en $2025+n$.

On a donc $b_0 = 20\,000$.

1. Détailler le calcul qui permet d'obtenir $b_1 = 20\,400$.

2. **a.** Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n pour tout entier naturel n.

b. En déduire la nature de la suite (b_n).

Préciser sa raison.

3. Exprimer b_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

4. Grâce à l'extrait de tableur ci-contre, on visualise le capital arrondi à l'euro près.

Déterminer à partir de quelle année ils auront la somme nécessaire pour leur projet.

.

n	b_n
0	20 000
1	20 400
2	20 808
3	21 224
4	21 649
5	22 082
6	22 523
7	22 974
8	23 433
9	23 902
10	24 380

C – Bilan

Quel placement conseiller à Emma et Pierre afin qu'ils puissent réaliser leur projet le plus tôt possible ? Justifier.

Corrigé

A – Premier placement.

1. $a_1 = a_0 + 200 = 20\,200$ et $a_2 = a_1 + 200 = 20\,400$.

2. **a.** Chaque année, le capital augmente de 200€, on a donc pour tout entier naturel n :
$a_{n+1} = a_n + 200$.

b. On reconnaît la relation de récurrence d'une suite arithmétique. La suite (a_n) est arithmétique de raison $r = 200$.

3. La suite (a_n) est arithmétique donc on a pour tout n entier naturel : $a_n = a_0 + 200n$.
Soit ici, $a_n = 20\,000 + 200n$.

4. On cherche n tel que $a_n \geqslant 22\,000$.

$$\begin{aligned} a_n \geqslant 22\,000 &\iff 20\,000 + 200n \geqslant 22\,000 \\ &\iff 200n \geqslant 2\,000 \\ &\iff n \geqslant \frac{2\,000}{200} \\ &\iff n \geqslant 10 \end{aligned}$$

Ils devront attendre 10 ans soit à partir de 2035.

B – Second placement.

1. Le capital augmente de 2%, il est donc multiplié par 1,02.
$b_1 = b_0 \times 1,02 = 20\,000 \times 1,02 = 20\,400$.

2. **a.** En généralisant l'opération, chaque année, le capital est obtenu en multipliant le capital de l'année précédente par 1,02 :
Pour tout n entier naturel : $b_{n+1} = 1,02 b_n$.

b. On reconnaît la relation de récurrence d'une suite géométrique.
La suite (b_n) est géométrique de raison $q = 1,02$.

3. La suite (b_n) est géométrique donc on a, pour tout entier naturel n : $b_n = b_0 \times q^n$
soit $b_n = 20\,000 \times 1,02^n$

4. Le tableau permet de dire que dès la $5^{\text{ème}}$ année, ils auront le capital nécessaire à leur projet, soit en 2030.

C – Bilan

Le deuxième placement est plus intéressant pour eux.

Exercice 8.

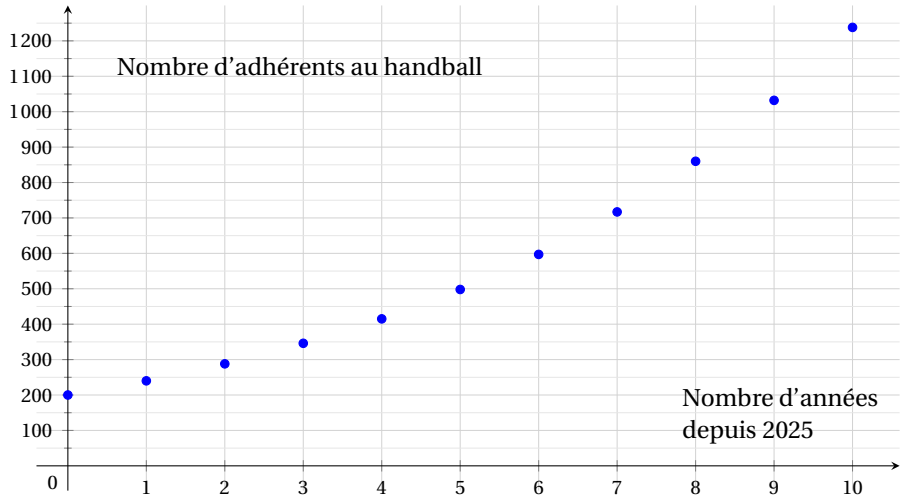
En 2025, dans une ville, le club de basketball comptait 900 adhérents.
On estime que chaque année, le club perd 10 adhérents.
On note B_n le nombre d'adhérents au club de basket l'année $2025 + n$.

1. Calculer B_1 et interpréter le résultat.

2. Exprimer B_n en fonction de n.

3. Justifier que le club aura perdu plus de 10 % de ses adhérents entre 2025 et 2035.

Dans cette même ville en 2025, le club de handball comptait 200 adhérents.
Pour les années suivantes, on estime que le nombre d'adhérents au club de handball peut être représenté par le graphique suivant :



4. Par lecture graphique, estimer, avec la précision permise par le graphique, le nombre d'adhérents au club de handball en 2028.

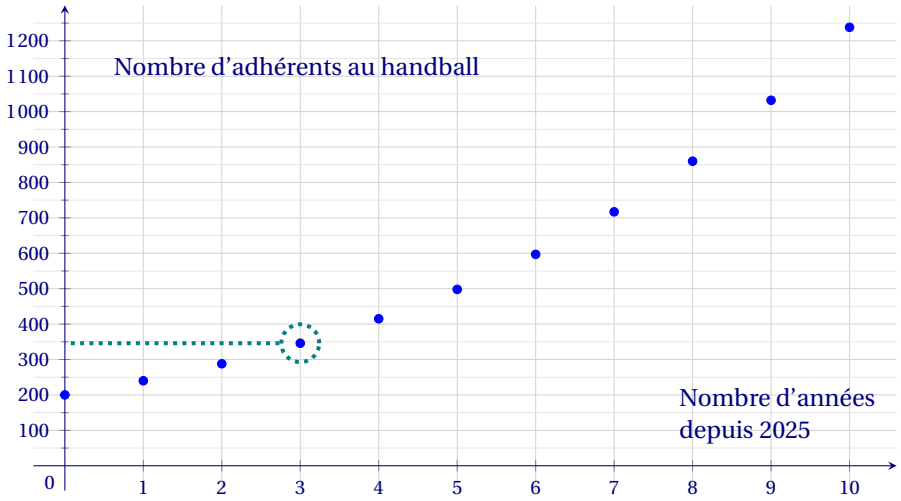
5. On modélise le nombre d'adhérents au club de handball l'année $2025+n$ par H_n et on admet que, pour tout entier naturel n, $H_{n+1} = 1{,}2 \times H_n$. Quelle est la nature de la suite (H_n) ? Préciser son premier terme et sa raison.
6. À partir de quelle année le nombre d'adhérents au club de handball sera supérieur au nombre d'adhérents au club de basketball ? Justifier la réponse.

Corrigé

En 2025, dans une ville, le club de basketball comptait 900 adhérents. On estime que chaque année, le club perd 10 adhérents.
On note B_n le nombre d'adhérents au club de basket l'année $2025+n$.

1. Calculer B_1 et interpréter le résultat.
   $B_1 = 900 - 10 = 890$. En 2026 le nombre estimé d'adhérents au club serait de 890.
2. Exprimer B_n en fonction de n.
   $B_n = 900 - 10 \times n$
3. Justifier que le club aura perdu plus de 10 % de ses adhérents entre 2025 et 2035.
   En 2035 le nombre estimé d'adhérents au club serait égal à $B_{10} = 900 - 10 \times 10 = 800$.
   Une baisse de 10 % par rapport à 900, correspond à un résultat de $900 \times 0{,}9 = 810$. $800 < 810$
   D'après le modèle, le club aura perdu plus de 10 % de ses adhérents entre 2025 et 2035.

Dans cette même ville en 2025, le club de handball comptait 200 adhérents.
Pour les années suivantes, on estime que le nombre d'adhérents au club de handball peut être représenté par le graphique suivant :



4. Par lecture graphique, estimer, avec la précision permise par le graphique, le nombre d'adhérents au club de handball en 2028.
   Par lecture graphique, on estime à environ 350 le nombre d'adhérents au club de handball en 2028.
   $2025 + \mathbf{3} = 2028$
5. On modélise le nombre d'adhérents au club de handball l'année $2025+n$ par H_n et on admet que, pour tout entier naturel n, $H_{n+1} = 1{,}2 \times H_n$. Quelle est la nature de la suite (H_n) ? Préciser son premier terme et sa raison.
   Pour passer d'un terme au suivant on multiplie toujours par le même nombre 1,2.
   La suite est géométrique de raison 1,2 et de premier terme $H_0 = 200$.

6. À partir de quelle année le nombre d'adhérents au club de handball sera supérieur au nombre d'adhérents au club de basketball? Justifier la réponse.

$B_8 = 900 - 8 \times 10 = 820$ et on lit $H_8 > 850$ donc $H_8 > B_8$. $B_7 = 900 - 7 \times 10 = 830$ et on lit $H_7 < 750$ donc $H_7 < B_7$.

Ainsi l'année à partir de laquelle le nombre d'adhérents au club de handball sera supérieur au nombre d'adhérents au club de basketball est $2025 + 8 = 2033$.

Exercice 9.

En juin 2019, une population de 200 marmottes a été introduite dans un massif montagneux où cette espèce était absente. Un zoologue en charge de ce projet souhaite modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps.
Il constate qu'entre juin 2019 et juin 2020, la population a augmenté de 20 individus.

Partie A : Premier modèle

Le zoologue propose un premier modèle où la population augmente de 20 individus tous les ans.
On note alors u_n la population de marmottes que l'on peut estimer à l'aide de ce modèle en juin $2019 + n$. On a donc $u_0 = 200$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

2. À combien peut-on estimer le nombre de marmottes en juin 2025 ?

3. En juin 2025, un nouveau décompte a permis de savoir que la population était de 355 individus. Ce premier modèle semble-t-il être adapté à la situation ?

Partie B : Second modèle

1. On rappelle que la population de marmottes était de 200 individus en juin 2019 et de 220 individus en juin 2020.

De quel pourcentage la population a-t-elle augmenté entre ces deux dates ?

Le zoologue propose un second modèle où la population augmente de ce même pourcentage tous les ans. Dans ce modèle, on représente la population de marmottes en juin $2019 + n$ par v_n tel que, pour tout entier naturel n, $\quad v_{n+1} = 1,1 \times v_n$.

2. **a.** Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

3. On utilise un tableur pour calculer les termes de la suite (v_n).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	$v(n)$	200	220	242	266	293	322	354	390	429	472	519

a. Selon ce nouveau modèle, à combien peut-on estimer le nombre de marmottes en juin 2025 ?

b. En utilisant la donnée fournie dans la question **3** de la partie **A**, ce nouveau modèle semble-t-il pertinent ?

c. Au mois de juin de quelle année la population de marmottes de ce massif montagneux aura-t-elle dépassé 400 individus, selon ce modèle ?

Corrigé

En juin 2019, une population de 200 marmottes a été introduite dans un massif montagneux où cette espèce était absente. Un zoologue en charge de ce projet souhaite modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps.
Il constate qu'entre juin 2019 et juin 2020, la population a augmenté de 20 individus.

Partie A : Premier modèle

Le zoologue propose un premier modèle où la population augmente de 20 individus tous les ans.
On note alors u_n la population de marmottes que l'on peut estimer à l'aide de ce modèle en juin $2019+n$. On a donc $u_0 = 200$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre (20). La suite est donc arithmétique de raison 20.

2. À combien peut-on estimer le nombre de marmottes en juin 2025 ?

En juin 2025, le nombre de marmottes est estimé d'après le modèle par u_6.

$u_6 = u_5 + 20 = u_4 + 40 = u_3 + 60 = u_2 + 80 = u_1 + 100 = u_0 + 120 = 200 + 6 \times 20 = 320$

3. En juin 2025, un nouveau décompte a permis de savoir que la population était de 355 individus. Ce premier modèle semble-t-il être adapté à la situation ?

Le modèle ne semble pas adapté à la situation car l'écart entre le modèle et la réalité est importante $35 \approx 10$ % de 355.

Partie B : Second modèle

1. On rappelle que la population de marmottes était de 200 individus en juin 2019 et de 220 individus en juin 2020.

De quel pourcentage la population a-t-elle augmenté entre ces deux dates ?

$$\frac{220-200}{200} = \frac{20}{200} = \frac{10}{100} = 10\ \%$$

La population a subi une augmentation de 10 %.

Le zoologue propose un second modèle où la population augmente de ce même pourcentage tous les ans. Dans ce modèle, on représente la population de marmottes en juin $2019+n$ par v_n tel que, pour tout entier naturel n, $\quad v_{n+1} = 1,1 \times v_n$.

2. **a.** Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser sa raison et son premier terme.

On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours le même nombre (1,1). La suite est donc géométrique de raison 1,1. Son premier terme v_0 représente la population en 2019 soit $v_0 = 200$.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

$v_n = v_0 \times 1,1^n$

3. On utilise un tableur pour calculer les termes de la suite (v_n).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	$v(n)$	200	220	242	266	293	322	354	390	429	472	519

a. Selon ce nouveau modèle, à combien peut-on estimer le nombre de marmottes en juin 2025 ?

On lit la valeur de v_6, la population de marmottes estimée par le modèle en 2025 dans la cellule H2 soit 354.

b. En utilisant la donnée fournie dans la question **3** de la partie **A**, ce nouveau modèle semble-t-il pertinent ?

354 est relativement proche de 355 (moins de 0,3 %), donc ce modèle paraît pertinent.

c. Au mois de juin de quelle année la population de marmottes de ce massif montagneux aura-t-elle dépassé 400 individus, selon ce modèle ?

On lit dans le tableau que la première valeur dépassant 400 est 429 dans la cellule H8. Cela correspond à v_8, population estimée en juin 2027.

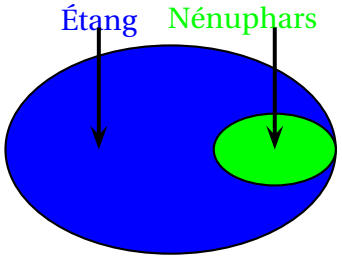
Exercice 10.

Albert a acquis un étang d'une surface de 2 000 m^2.
Le jour de son anniversaire, un dimanche, il installe des nénuphars sur une surface de 200 m^2.

1. Le dimanche d'après, la surface des nénuphars a augmenté de 40 m^2.

a. Quel pourcentage d'augmentation cela représente-t-il ?

b. Quelle est à présent la surface occupée par les nénuphars ?



2. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m^2 chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.

a. Quelle sera la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire ?

b. Est-il possible qu'un dimanche, la surface occupée par les nénuphars soit égale à 580 m^2 ? Justifier.

c. Au bout de combien de semaines, l'étang sera-t-il entièrement recouvert de nénuphars ?

3. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 20 % chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.

a. Quelle sera la surface occupée par les nénuphars 2 semaines après l'anniversaire ?

b. On considère un entier naturel n. Déterminer, en fonction de n, la surface occupée par les nénuphars n semaines après l'anniversaire ?

c. Au bout de combien de semaines, l'étang sera-t-il entièrement recouvert par les nénuphars ? On pourra s'aider du tableau ci-dessous.

$n =$	0	1	2	5	10	12	13	14	15
$1,2^n \approx$	1	1,2	1,44	2,49	6,19	8,92	10,70	12,84	15,40

4. Réaliser sur votre copie un *schéma* sur lequel apparaissent l'allure des nuages de points traduisant la progression de la surface occupée par les nénuphars, aussi bien dans le cas de la question 2 que dans le cas de la question 3, et faire figurer le moment où, dans chacun des cas, l'étang est recouvert par les nénuphars.

Corrigé

Albert a acquis un étang d'une surface de 2 000 m^2. Le jour de son anniversaire, un dimanche, il installe des nénuphars sur une surface de 200 m^2.

1. Le dimanche d'après, la surface des nénuphars a augmenté de 40 m^2.

a. $\frac{40}{200} = \frac{20}{100}$ donc le pourcentage d'augmentation est de 20 %.

b. La surface occupée par les nénuphars est alors de 240 m^2.

2. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m^2 chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.

a. $10 \times 40 = 400$ et $200 + 400 = 600$

Donc la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire est de 600 m^2.

b. Si la surface occupée par les nénuphars est égale à 580 m^2, cela veut dire qu'il y a eu une augmentation de 380 m^2 de la surface des nénuphars. Or 380 n'est pas un multiple de 40, donc ce n'est pas possible d'arriver à une surface occupée par les nénuphars de 580 m^2.

c. L'étang sera entièrement recouvert de nénuphars quand la surface des nénuphars aura atteint 2 000 m^2, c'est-à-dire quand la surface des nénuphars aura augmenté de 1 800 m^2.
$\frac{1\,800}{40} = 45$; il faudra donc 45 semaines pour que l'étang soit entièrement recouvert de nénuphars.

3. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 20 % chaque semaine, depuis la date de l'anniversaire, tant que cela est possible.

a.
- Une semaine après l'anniversaire la surface occupée par les nénuphars est, en m^2, de : $200 + \frac{20}{100} \times 200 = 200 + 40 = 240$.
- Deux semaines après l'anniversaire la surface occupée par les nénuphars est, en m^2, de : $240 + \frac{20}{100} \times 240 = 240 + 48 = 288$.

b. On considère un entier naturel n.

Ajouter 20 %, c'est multiplier par $1 + \frac{20}{100} = 1,2$.

Pour avoir la surface occupée par les nénuphars au bout d'une semaine, il faut multiplier la surface du départ par 1,2.

Pour avoir la surface occupée par les nénuphars au bout de deux semaines, il faut multiplier la surface du départ par $1,2 \times 1,2 = 1,2^2$. Etc.

Pour avoir la surface occupée par les nénuphars au bout de n semaines, il faut multiplier la surface du départ par $1,2^n$.

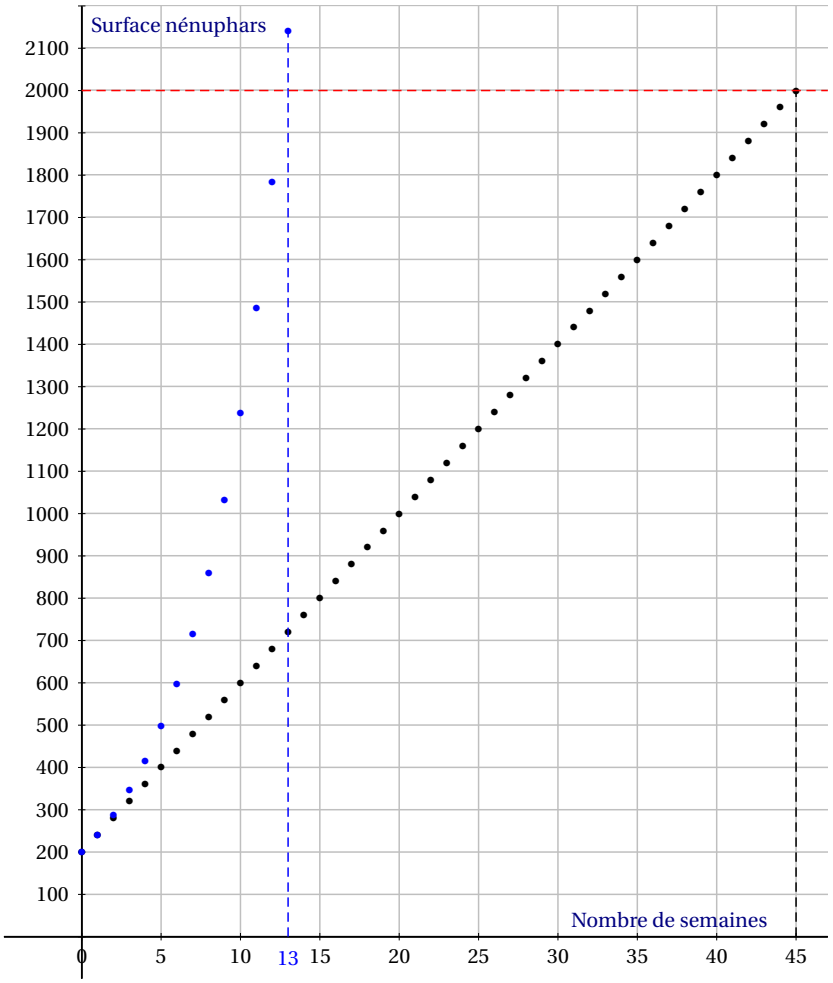
La surface occupée par les nénuphars n semaines après l'anniversaire est donc $200 \times 1,2^n$.

c. L'étang sera entièrement recouvert par les nénuphars quand n sera tel que $200 \times 1,2^n \geqslant 2000$, c'est-à-dire $1,2^n \geqslant 10$.

D'après le tableau fourni, ce sera pour $n = 13$, donc au bout de 13 semaines.

$n =$	0	1	2	5	10	12	13	14	15
$1,2^n \approx$	1	1,2	1,44	2,49	6,19	8,92	10,70	12,84	15,40

4. Schéma sur lequel apparaissent l'allure des nuages de points traduisant la progression de la surface occupée par les nénuphars, aussi bien dans le cas de la question 2 (en noir) que dans le cas de la question 3 (en bleu).



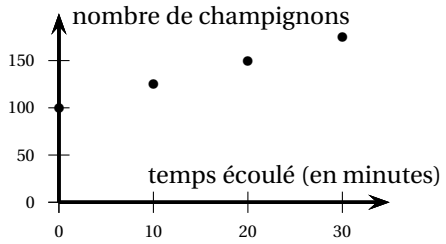
Exercice 11.

On étudie la croissance d'une population de champignons.

Partie A.

Au début de l'expérience, on dispose de 100 champignons. Toutes les dix minutes, on mesure l'évolution de leur nombre. On obtient les résultats suivants.

Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
10	125
20	150
30	175



Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de champignons après n périodes de dix minutes. Ainsi $u_0 = 100$, $u_1 = 125$, $u_2 = 150$, ...

1. Justifier que les termes u_0, u_1 u_2, u_3 sont en progression arithmétique.
2. En supposant que la population de champignons continue d'évoluer selon le même rythme, montrer qu'elle aura quadruplé deux heures après le début de l'expérience.

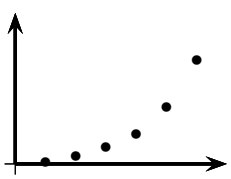
Partie B.

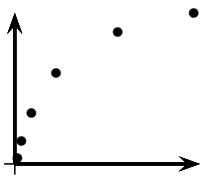
En réalité, on constate que la population de champignons a quadruplé 80 minutes après le début de l'expérience. De nouvelles mesures donnent les résultats suivants.

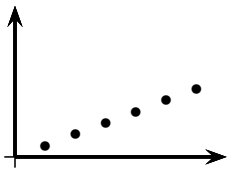
Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
40	200
80	400
120	800

Soit n un entier naturel. On note v_n le nombre de champignons, après n périodes de **quarante** minutes. Ainsi $v_0 = 100$, $v_1 = 200$, $v_2 = 400$...

1. Montrer que les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sont en progression géométrique.
2. On suppose que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
   Indiquer sans justifier lequel des 4 graphiques ci-dessous est susceptible de représenter la suite (v_n).


Graphique 1


Graphique 2


Graphique 3


Graphique 4

3. Quel sera le nombre de champignons quatre heures après le début de l'expérience ?
4. Cinq heures après le début de l'expérience, on dénombre environ 18 000 champignons. Est-ce cohérent avec le modèle choisi ?

Aide au calcul
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1\,024$

Corrigé

Partie A.

1. On a $u_1 - u_0 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = 25$: ce nombre 25 est la raison de la suite arithmétique (u_n).
2. Dans 2 heures il y a 12×10 minutes : u_0 est donc augmenté de $12 \times 25 = 300$ champignons. Il y aura donc au bout de 2 h : $100 + 300 = 400 = 4 \times 100 = 4 \times u_0$: la population aura donc quadruplé en 2 heures.

Partie B.

1. On a $v_0 = 100$, $v_1 = 2 \times u_0$, $v_2 = 2v_1$, $v_3 = 2v_2$: ces égalités montrent que les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sont en progression géométrique de raison 2.
2. Seul le graphique 1 est susceptible de représenter la suite (v_n).
3. 4 h représentent 240 min soit 6×40 min ; il y aura donc au bout de 4 h, $u_6 = 100 \times 2^6 = 100 \times 64 = 6\,400$ champignons.
4. Après 4 h 40 min la population sera le double de celle de 4 h, soit : $2 \times 6\,400 = 12\,800$.
   40 min plus tard, soit après 5 h 20 min la population aura encore doublé et sera égale à $2 \times 12\,800 = 25\,600$.
   Comme $12\,800 < 18\,000 < 25\,600$, cette population de 18 000 champignons est cohérente avec l'hypothèse du doublement de la population toutes les quarante minutes.

Exercice 12.

Victor sort un plat du four. La température du plat est alors égale à 180 °C. II place ce plat dans une pièce dont la température est égale à 25 °C. Le plat refroidit.
Le plat ne pourra être servi que lorsque sa température sera devenue inférieure ou égale à 40 °C.
On étudie le refroidissement du plat selon deux modèles mathématiques.

Partie A : Premier modèle.

On suppose que la baisse de la température du plat est *proportionnelle* à la durée du refroidissement, c'est-à-dire au nombre de minutes écoulées depuis la sortie du four.
On constate que 3 minutes après la sortie du four, la température du plat est égale à 105 °C.

1. De combien de degrés le plat a-t-il baissé en 3 minutes ? En 1 minute ?
2. Vérifier que la température du plat, 5 minutes après la sortie du four, est égale à 55 °C.
3. Selon ce modèle, quelle serait la température du plat, 8 minutes après la sortie du four ? Ce premier modèle semble-t-il pertinent ?

Partie B : Second modèle.

On dispose toujours des données suivantes :

— la température de la pièce est égale à 25 °C.

— la température du plat à la sortie du four est égale à 180 °C.

— la température du plat, 3 minutes après la sortie du four, est égale à 105 °C.

Pour tout entier naturel n on note U_n, la différence entre la température du plat et la température de la pièce, n minutes après la sortie du four.
Exemple : 3 minutes après la sortie du four, l'écart avec la température de la pièce est égal à $105 - 25 = 80$. On a donc $U_3 = 80$.

1. Justifier que $U_0 = 155$.

2. On suppose que chaque minute la différence U_n diminue de 20 %.

a. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $U_{n+1} = 0,8U_n$.

b. En déduire la nature de la suite (U_n) et donner sa raison.

c. Exprimer U_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

d. On dispose des données suivantes :

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_n arrondi à 10^{-1}	80	64	51,2	41	32,8	26,2	21	16,8	13,4	10,7	8,6	6,9	5,5

Au bout de combien de minutes, Victor pourra-t-il servir le plat ?

Corrigé

Victor sort un plat du four. La température du plat est alors égale à 180 °C. II place ce plat dans une pièce dont la température est égale à 25 °C. Le plat refroidit.
Le plat ne pourra être servi que lorsque sa température sera devenue inférieure ou égale à 40 °C.
On étudie le refroidissement du plat selon deux modèles mathématiques.

Partie A : Premier modèle

On suppose que la baisse de la température du plat est *proportionnelle* à la durée du refroidissement, c'est-à-dire au nombre de minutes écoulées depuis la sortie du four.
On constate que 3 minutes après la sortie du four, la température du plat est égale à 105 °C.

1. $180 - 105 = 75$ donc en 3 minutes, la température du plat a baissé de 75 °C.
La baisse de la température du plat est proportionnelle à la durée du refroidissement, donc en 1 minute, la température du plat a baissé de $\frac{75}{3}$, soit 25 °C.

2. $5 \times 25 = 125$ donc après 5 minutes, la température du plat a baissé de 125 °C.
$180 - 125 = 55$; après 5 minutes, elle est donc de 55 °C.

3. $8 \times 25 = 200$ donc après 8 minutes, la température du plat aurait baissé de 200 °C, ce qui n'est pas possible puisque la température de départ était de 180 °C.
Ce premier modèle ne semble pas pertinent.

Partie B : Second modèle

On dispose toujours des données suivantes :

- la température de la pièce est égale à 25 °C.
- la température du plat à la sortie du four est égale à 180 °C.
- la température du plat, 3 minutes après la sortie du four, est égale à 105 °C.

Pour tout entier naturel n on note U_n, la différence entre la température du plat et la température de la pièce, n minutes après la sortie du four.
Exemple : 3 minutes après la sortie du four, l'écart avec la température de la pièce est égal à $105 - 25 = 80$. On a donc $U_3 = 80$.

1. À la sortie du four, pour $n = 0$, le plat est à 180 °C et la pièce est à 25 °C.
$180 - 25 = 155$ donc $U_0 = 155$.

2. On suppose que chaque minute la différence U_n diminue de 20 %.

a. Diminuer de 20 %, c'est multiplier par $1 - \dfrac{20}{100}$, soit $0,8$.
Donc, pour tout entier naturel n, on a $U_{n+1} = 0,8U_n$.

b. $U_0 = 155$ et, pour tout n, on a $U_{n+1} = 0,8U_n$, donc la suite (U_n) est géométrique de premier terme $U_0 = 155$ et de raison $q = 0,8$.

c. On en déduit que, pour tout n, on a : $U_n = U_0 \times q^n = 155 \times 0,8^n$.

d. On dispose des données suivantes :

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_n arrondi à 10^{-1}	80	64	51,2	41	32,8	26,2	21	16,8	13,4	10,7	8,6	6,9	5,5

La température du plat doit être inférieure à 40 °C soit 15 °C au dessus de la température de la pièce. Il faut donc trouver la plus petite valeur de n telle que $U_n < 15$.
Victor pourra servir le plat au bout de 11 minutes.