

Suites géométriques et fonctions exponentielles

Reconnaître une croissance linéaire ou exponentielle

Exercice 1. Reconnaître une croissance exponentielle

Dans chaque cas, dire si la situation relève d'une croissance linéaire, exponentielle ou d'aucune des deux. Préciser la raison le cas échéant.

1. Un abonnement coûte 30 € la première année puis augmente de 2 € chaque année.
2. Le nombre d'abonnés d'une chaîne augmente de 12 % chaque mois.
3. La quantité d'un médicament dans le sang diminue de 20 % chaque heure.
4. Les termes 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48.
5. Les termes 2 ; 5 ; 9 ; 14 ; 20.
6. Les termes 1 000 ; 900 ; 810 ; 729.
7. Un salarié reçoit une prime de 50 € chaque mois, versée sur un compte sans intérêts.
8. Une feuille de papier est pliée en deux plusieurs fois ; on s'intéresse à son épaisseur.
9. Pour chaque situation exponentielle, préciser si la suite est croissante ou décroissante, en justifiant à l'aide de la raison.

Calculer des termes d'une suite géométrique et les représenter

Exercice 2. Calculer des termes

1. (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = 3$. Calculer u_1 , u_2 , puis u_{10} .
2. (v_n) est définie par $v_0 = 800$ et $v_{n+1} = 0,75 v_n$. Donner l'expression de v_n en fonction de n et calculer v_6 (arrondi au centième).
3. (w_n) est géométrique avec $w_0 = 2$ et $w_3 = 54$. Déterminer la raison.
4. Une ville compte 45 000 habitants en 2025 et sa population augmente de 1,8 % par an. Modéliser par une suite et estimer la population en 2035.
5. (t_n) est géométrique de raison $q = 0,5$ et $t_4 = 12$. Calculer t_5 , puis t_0 .
6. Calculer la somme $S = 5 + 15 + 45 + \dots + 5 \times 3^6$ à l'aide d'un programme ou d'une calculatrice.
7. Écrire une fonction Python `terme(u0, q, n)` qui renvoie u_n pour une suite géométrique.

Exercice 3. Représentation graphique

On considère les suites $u_n = 100 \times 1,2^n$ et $v_n = 100 + 25n$.

1. Compléter le tableau (arrondir à l'unité).

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n									
v_n									

2. Représenter les deux suites dans un même repère.
3. À partir de quel rang u_n dépasse-t-il v_n ? Que peut-on dire à long terme?
4. Justifier que les points de (v_n) sont alignés, mais pas ceux de (u_n) .
5. Calculer u_{20} et v_{20} . Commenter.

Calculer un taux d'évolution moyen

Exercice 4. Taux d'évolution moyen

1. Le prix d'un article a augmenté de 10 % puis de 20 %. Quel est le taux d'évolution moyen par hausse?
2. Le chiffre d'affaires d'une entreprise est passé de 150 000 € à 210 000 € en 4 ans. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.
3. Un capital de 5 000 € est placé au taux annuel de 4 % à intérêts composés. Quelle est sa valeur au bout de 3 mois? de 18 mois?
4. Quel taux mensuel moyen correspond à une hausse annuelle de 6 %?
5. Un prix baisse de 30 % puis augmente de 30 %. Retrouve-t-il sa valeur initiale? Calculer le taux d'évolution global.
6. La population d'un village est passée de 2 400 à 1 800 habitants en 10 ans. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.
7. Avec ce taux, quelle population peut-on prévoir 5 ans plus tard?

Exercice 5. Problèmes de seuil

1. Un médicament est injecté : 50 mg. Chaque heure, la quantité présente dans le sang diminue de 15 %. À partir de combien d'heures reste-t-il moins de 10 mg? (Utiliser la calculatrice ou l'algorithme ci-dessous.)

```
q = 50
n = 0
while q >= 10:
    q = q * 0.85
    n = n + 1
print(n)
```

2. Le carbone 14 a une demi-vie d'environ 5 730 ans : sa quantité est divisée par 2 tous les 5 730 ans. Quelle proportion de carbone 14 reste-t-il au bout de 1 000 ans? de 20 000 ans?
3. Lors d'une épidémie, chaque malade contamine en moyenne $R_0 = 2,5$ personnes par semaine. Au départ, il y a 10 malades. Estimer l'ordre de grandeur du nombre de nouveaux cas en semaine 10 si rien n'est fait.
4. Un capital de 3 000 € est placé à 2,5 % par an. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, au bout de combien d'années il dépasse 4 000 €.
5. Modifier l'algorithme de la question 1 pour qu'il réponde à la question précédente.
6. Une voiture perd 15 % de sa valeur chaque année. Au bout de combien d'années aura-t-elle perdu plus de la moitié de sa valeur?

Corrigé

