

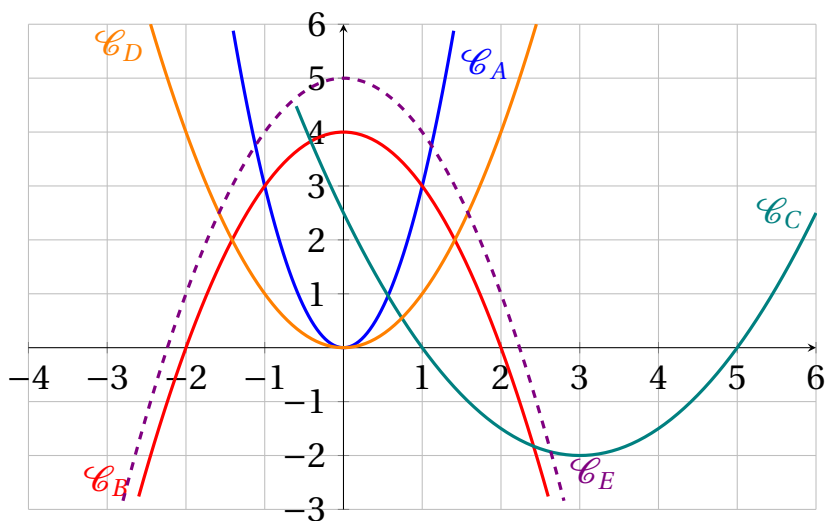
Modélisation quadratique

Reconnaître une parabole et lire ses caractéristiques

Exercice 1. Associer paraboles et expressions

On considère les fonctions suivantes et les courbes ci-dessous.

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = -x^2 + 4 \quad f_3(x) = 3x^2 \quad f_4(x) = 0,5(x-1)(x-5) \\ f_5(x) = -(x+2)(x-2) + 1$$



1. Associer chaque fonction à sa courbe. Justifier.
2. Pour chacune des cinq paraboles, donner le signe du coefficient a et les coordonnées du sommet.
3. Lire graphiquement les solutions de $f_2(x) = 0$ et vérifier par le calcul.
4. Déterminer par le calcul les points d'intersection de $\mathcal{C}_B$ et $\mathcal{C}_D$.

Exercice 2. Fonctions $ax^2 + c$

Pour chaque fonction, donner les coordonnées du sommet, l'axe de symétrie et le tableau de variations.

$$1. f(x) = 4x^2 \quad 3. h(x) = 0,5x^2 - 8 \quad 5. m(x) = \frac{x^2}{4} + 3$$

$$2. g(x) = -3x^2 + 2 \quad 4. k(x) = -x^2 - 1 \quad 6. p(x) = 2 - 5x^2$$

7. Pour chacune des fonctions g , h et p , résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exploiter la forme factorisée : racines, sommet, signe

Exercice 3. Forme factorisée : racines, sommet, signe

Pour chaque fonction : donner les racines, l'axe de symétrie, les coordonnées du sommet, le tableau de variations et le tableau de signes.

1. $f(x) = (x - 2)(x - 6)$

2. $g(x) = -2(x + 1)(x - 3)$

3. $h(x) = 3x(x + 4)$

4. $k(x) = -(x - 5)^2$

5. $m(x) = \frac{1}{2}(4 - x)(x + 2)$

6. Déterminer la forme factorisée de la fonction du second degré q dont les racines sont -3 et 1 et telle que $q(0) = 6$.

7. Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$ puis $g(x) \geq 0$.

Déterminer le sommet à partir de la forme développée

Exercice 4. Forme développée $ax^2 + bx + c$

En résolvant $f(x) = c$, déterminer l'axe de symétrie et le sommet de chaque parabole.

1. $f(x) = x^2 - 8x + 3$
2. $g(x) = -2x^2 + 12x - 7$
3. $h(x) = 3x^2 + 6x$
4. $k(x) = -x^2 + 5x + 1$
5. $m(x) = 0,5x^2 - 3x + 2$
6. Dresser le tableau de variations de f et de g sur $\mathbb{R}$.
7. Vérifier que $f(x) = (x - 4)^2 - 13$ en développant. Comment lit-on le sommet sur cette écriture?

Modéliser une situation par une fonction du second degré

Exercice 5. Modélisation : le chiffre d'affaires

Une entreprise vend des gourdes. Si le prix unitaire est x euros ($5 \leq x \leq 35$), elle en vend $1\,200 - 30x$ par mois. On admet que le chiffre d'affaires est $R(x) = x(1\,200 - 30x) = -30x(x - 40)$.

1. Calculer $R(10)$ et $R(30)$. Que remarque-t-on?
2. Déterminer les racines de R et en déduire le prix qui rend le chiffre d'affaires maximal. Quel est ce maximum?
3. Pour quels prix le chiffre d'affaires est-il supérieur ou égal à 9 000 €?
4. Combien de gourdes sont vendues au prix optimal?
5. Chaque gourde coûte 8 € à fabriquer. Exprimer le bénéfice $B(x) = (x - 8)(1\,200 - 30x)$ et déterminer ses racines.
6. En déduire le prix qui maximise le bénéfice et le bénéfice maximal.

Exercice 6. Modélisation : une arche

L'arche d'un pont est modélisée par la parabole d'équation $y = -0,08(x-5)(x-45)$ où x et y sont en mètres, l'axe des abscisses représentant la surface de l'eau.

1. Quelle est la largeur de l'arche au niveau de l'eau?
2. Quelle est la hauteur maximale de l'arche?
3. Un bateau de 20 m de large et de 25 m de haut peut-il passer sous l'arche en restant centré?
4. Quelle largeur maximale peut avoir un bateau de 25 m de haut pour passer en restant centré? (On pourra poser $x = 25 + t$.)
5. Déterminer la forme développée de l'équation de l'arche.

Corrigé

