

Corrigé

Statistiques à deux variables

Exploiter un tableau croisé d'effectifs

Exercice 1. Tableau croisé et fréquences

Une enquête sur le mode de transport domicile-travail a été réalisée auprès de 800 actifs.

	Voiture	Transports en commun	Vélo / marche	Total
Moins de 35 ans	120	110	70	
35 ans et plus	330	120	50	
Total				800

1. Compléter le tableau. On pourra le reproduire dans un tableur.

Totaux des lignes : 300 et 500. Totaux des colonnes : 450 ; 230 ; 120. Total : 800.

2. Calculer la fréquence marginale des actifs utilisant la voiture.

$$\frac{450}{800} = 0,5625 \text{ soit } 56,25 \, \%$$

3. Calculer la fréquence des utilisateurs de la voiture parmi les moins de 35 ans, puis parmi les 35 ans et plus. Commenter.

Moins de 35 ans : $\frac{120}{300} = 0,4$; 35 ans et plus : $\frac{330}{500} = 0,66$. Les plus âgés utilisent nettement plus la voiture.

4. Parmi les personnes se déplaçant à vélo ou à pied, quelle est la proportion de moins de 35 ans ?

$$\frac{70}{120} \approx 0,583 \text{ soit environ } 58,3 \, \%$$

5. Représenter la répartition des modes de transport de chaque tranche d'âge par un diagramme en barres.

Deux séries de barres (une par tranche d'âge) de hauteurs 120, 110, 70 et 330, 120, 50, ou mieux en fréquences : 40 %, 36,7 %, 23,3 % et 66 %, 24 %, 10 %.

6. Quelle est la fréquence des moins de 35 ans dans l'ensemble des actifs interrogés ?

$$\frac{300}{800} = 0,375 \text{ soit } 37,5 \, \%$$

7. Parmi les utilisateurs des transports en commun, quelle proportion a 35 ans ou plus?

$$\frac{120}{230} \approx 0,522 \text{ soit environ } 52,2 \, \%.$$

8. Un journaliste écrit : « 330 personnes de 35 ans et plus prennent la voiture, c'est donc 41,25 % des 35 ans et plus. » Corriger son erreur.

$\frac{330}{800} = 41,25 \, \%$ est la proportion parmi **tous** les actifs. Parmi les 35 ans et plus, c'est $\frac{330}{500} = 66 \, \%$.

9. La ville compte 60 000 actifs. En supposant l'échantillon représentatif, estimer le nombre d'actifs qui se déplacent à vélo ou à pied.

$$\frac{120}{800} \times 60\,000 = 9\,000 \text{ actifs environ.}$$

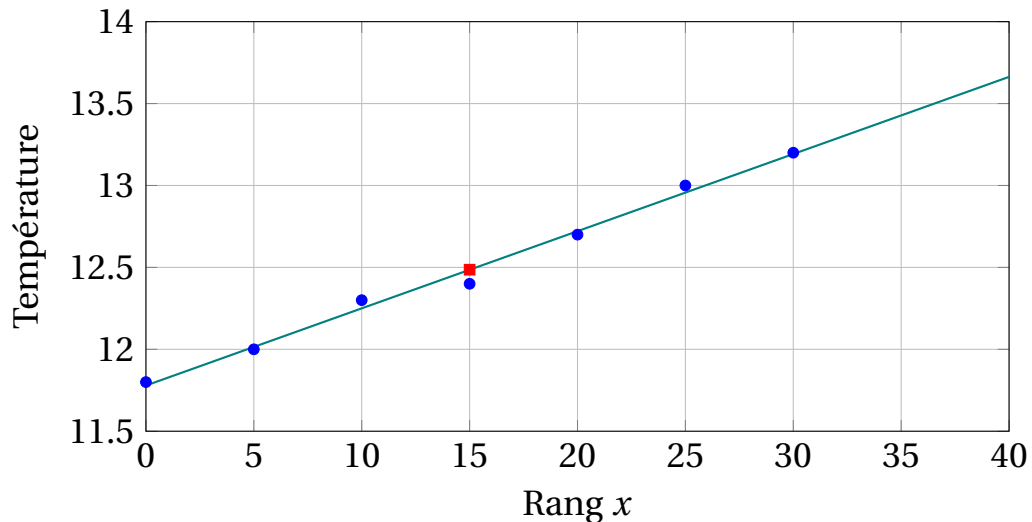
Représenter un nuage de points et calculer le point moyen

Exercice 2. Nuage de points et point moyen

Le tableau donne la température moyenne annuelle (en °C) relevée dans une ville.

Année	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Rang x_i	0	5	10	15	20	25	30
Température y_i	11,8	12,0	12,3	12,4	12,7	13,0	13,2

1. Représenter le nuage de points dans le repère ci-dessous.



2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer.

$$\bar{x} = \frac{105}{7} = 15; \bar{y} = \frac{87,4}{7} \approx 12,49. G(15; 12,49).$$

3. Calculer l'augmentation de température entre 1990 et 2020, puis l'augmentation moyenne par an.

$$13,2 - 11,8 = 1,4 \text{ °C en 30 ans, soit environ } \frac{1,4}{30} \approx 0,047 \text{ °C par an.}$$

4. Un ajustement affine est-il envisageable? Justifier.

Oui, les points sont presque alignés.

5. À l'aide de la calculatrice ou du tableur, on obtient la droite d'ajustement $d: y = 0,047x + 11,78$. Vérifier qu'elle passe (presque) par G et la tracer.

$$0,047 \times 15 + 11,78 \approx 12,49 : \text{ elle passe bien par } G \text{ (aux arrondis près).}$$

6. Estimer la température moyenne en 2008 (interpolation) puis en 2040 (extrapolation). Laquelle de ces deux estimations est la plus fiable?

$$2008 : x = 18, y \approx 0,047 \times 18 + 11,78 \approx 12,63 \text{ °C. } 2040 : x = 50, y \approx 0,047 \times 50 + 11,78 = 14,13 \text{ °C.}$$

L'interpolation est plus fiable : l'extrapolation suppose que la tendance reste la même pendant 20 ans.

7. Selon ce modèle, en quelle année la température moyenne dépassera-t-elle 14 °C?

$$0,047x + 11,78 > 14 \iff x > \frac{2,22}{0,047} \approx 47,2. \text{ À partir de } x = 48, \text{ soit en 2038.}$$

Déterminer et utiliser un ajustement affine

Exercice 3. Ajustement au jugé

Un magasin a relevé le nombre de ventes d'un article selon son prix.

Prix x_i (€)	10	12	14	16	18	20
Ventes y_i	250	228	205	190	168	147

1. Calculer les coordonnées du point moyen G .

$$\bar{x} = \frac{90}{6} = 15; \bar{y} = \frac{1188}{6} = 198. G(15; 198).$$

2. On choisit comme droite d'ajustement la droite passant par G et par le point $A(10; 250)$. Déterminer son équation.

$$a = \frac{198-250}{15-10} = -10,4; b = 250 + 10,4 \times 10 = 354. y = -10,4x + 354.$$

3. Estimer le nombre de ventes pour un prix de 15,50 €, puis de 25 €.

$$x = 15,5 : y \approx -10,4 \times 15,5 + 354 = 192,8 \text{ soit environ } 193 \text{ ventes. } x = 25 : y = 94 \text{ ventes (extrapolation, à prendre avec prudence).}$$
4. Le magasin veut vendre au moins 220 articles. Quel prix maximal doit-il fixer?

$$-10,4x + 354 \geq 220 \iff x \leq \frac{134}{10,4} \approx 12,88. \text{ Prix maximal : environ } 12,88 \text{ €.}$$
5. Représenter le nuage de points, le point G et la droite d'ajustement.
 Les six points sont presque alignés; la droite passe par $A(10 ; 250)$ et $G(15 ; 198)$.
6. La calculatrice donne la droite des moindres carrés $y = -10,14x + 350,1$. Comparer avec la droite précédente les estimations pour un prix de 15,50 €.

$$-10,14 \times 15,5 + 350,1 \approx 192,9, \text{ soit environ } 193 \text{ ventes : les deux droites donnent quasiment la même estimation.}$$
7. Le chiffre d'affaires est $R(x) = x \times y$. Calculer R pour un prix de 15 € et de 20 € avec la droite $y = -10,4x + 354$. Quel prix semble le plus intéressant?

$$R(15) = 15 \times 198 = 2970 \text{ €; } R(20) = 20 \times 146 = 2920 \text{ €. Le prix de 15 € rapporte un peu plus.}$$

Exercice 4. Taille et masse

On a relevé la taille x (en cm) et la masse y (en kg) de huit élèves.

x_i	155	160	162	168	170	175	180	186
y_i	48	52	55	58	60	66	70	75

1. Représenter le nuage de points (abscisses à partir de 150, ordonnées à partir de 45).
 Les points sont presque alignés selon une droite croissante.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G .

$$\bar{x} = \frac{1356}{8} = 169,5; \bar{y} = \frac{484}{8} = 60,5. G(169,5 ; 60,5).$$
3. On choisit la droite passant par G et par le point $(155 ; 48)$. Déterminer son équation (coefficient arrondi au centième).

$$a = \frac{60,5 - 48}{169,5 - 155} = \frac{12,5}{14,5} \approx 0,86; b = 48 - 0,86 \times 155 = -85,3 : y = 0,86x - 85,3.$$

4. Estimer la masse d'un élève de 172 cm.

$$0,86 \times 172 - 85,3 \approx 62,6 \text{ kg.}$$

5. Estimer la taille d'un élève de 63 kg.

$$0,86x - 85,3 = 63 \iff x = \frac{148,3}{0,86} \approx 172,4 \text{ cm.}$$

6. Le modèle permet-il d'estimer la masse d'un enfant de 90 cm? Pourquoi?

Non : $0,86 \times 90 - 85,3 < 0$! On ne peut pas extrapoler aussi loin des données observées.