Corrigé
Fonctions affines

Reconnaître une fonction affine et calculer son expression

Exercice 1.

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? Donner alors m et p.

1. $f(x) = 3x - 7$

2. $g(x) = \dfrac{x+4}{2}$

3. $h(x) = x^2 + 1$

4. $k(x) = 5$

5. $l(x) = \dfrac{2}{x}$

6. $n(x) = (x+1)^2 - x^2$

f : $m = 3$, $p = -7$. $g(x) = 0,5x + 2$: $m = 0,5$, $p = 2$. h n'est pas affine (x^2). k : constante, $m = 0$, $p = 5$. l n'est pas affine. $n(x) = 2x + 1$: $m = 2$, $p = 1$.

Exercice 2.

Déterminer l'expression de la fonction affine f dans chacun des cas.

1. $f(1) = 5$ et $f(4) = 14$.

2. $f(-2) = 3$ et $f(6) = -1$.

3. Le coefficient directeur vaut -4 et $f(3) = 2$.

4. $f(0) = 10$ et f diminue de $2,5$ quand x augmente de 1.

1. $m = \frac{14-5}{4-1} = 3$, $p = 5 - 3 = 2$: $f(x) = 3x + 2$.

2. $m = \frac{-1-3}{6-(-2)} = -0,5$, $p = 3 - (-0,5)(-2) = 2$: $f(x) = -0,5x + 2$.

3. $p = 2 - (-4) \times 3 = 14$: $f(x) = -4x + 14$.

4. $f(x) = -2,5x + 10$.

Exercice 3.

Le tableau suivant donne quelques valeurs d'une fonction f. Peut-elle être affine ? Justifier.

x	-1	2	4	10
$f(x)$	7	1	-3	-15

Taux de variation : $\frac{1-7}{2+1} = -2$, $\frac{-3-1}{4-2} = -2$, $\frac{-15+3}{10-4} = -2$. Le taux est constant : f peut être affine, $f(x) = -2x + 5$.

Représenter et lire graphiquement une fonction affine

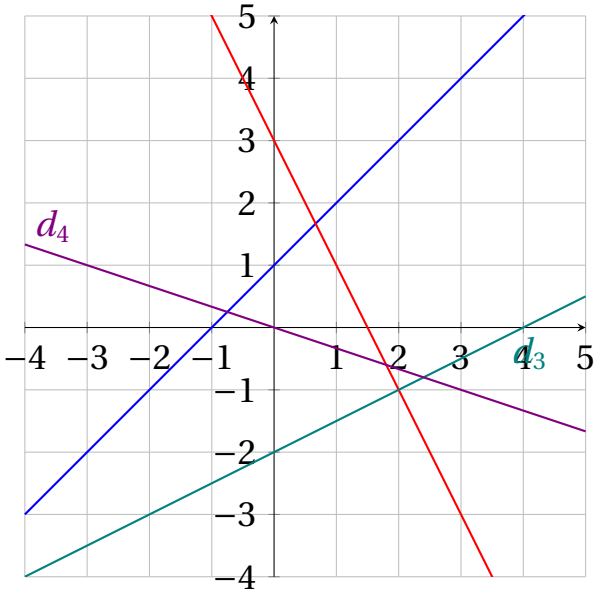
Exercice 4.

Dans un même repère, tracer les droites représentant les fonctions : $f(x) = 2x - 3$; $g(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$; $h(x) = -3$; $k(x) = \dfrac{3}{4}x$.

f : passe par $(0\ ;\ -3)$ et $(2\ ;\ 1)$. g : passe par $(0\ ;\ 4)$ et $(2\ ;\ 3)$. h : droite horizontale $y = -3$. k : passe par l'origine et $(4\ ;\ 3)$.

Exercice 5.

Lire l'expression de chacune des fonctions affines représentées.



$d_1 : y = x + 1$; $d_2 : y = -2x + 3$; $d_3 : y = 0{,}5x - 2$; $d_4 : y = -\frac{1}{3}x$.

Exercice 6.

Les points suivants sont-ils alignés ? Utiliser une fonction affine.

$A(-1\ ;\ -5)$, $B(2\ ;\ 1)$, $C(5\ ;\ 7)$ puis $D(0\ ;\ 3)$, $E(3\ ;\ 5)$, $F(9\ ;\ 10)$.

$(AB) : m = \frac{1+5}{3} = 2$, $y = 2x - 3$; $2 \times 5 - 3 = 7 : A$, B, C alignés.

$(DE) : m = \frac{2}{3}$, $y = \frac{2}{3}x + 3$; $\frac{2}{3} \times 9 + 3 = 9 \neq 10 : D$, E, F non alignés.

Étudier les variations et le signe

Exercice 7.

Donner le sens de variation puis dresser le tableau de signes de chaque fonction.

1. $f(x) = 4x - 12$

2. $g(x) = -3x + 6$

3. $h(x) = -\dfrac{x}{5} - 2$

4. $k(x) = 0,7x + 2,1$

1. croissante ; $f(x) < 0$ sur $]-\infty\ ;\ 3[$, > 0 sur $]3\ ;\ +\infty[$.

2. décroissante ; $g(x) > 0$ sur $]-\infty\ ;\ 2[$, < 0 sur $]2\ ;\ +\infty[$.

3. décroissante ; s'annule en -10 ; $h(x) > 0$ sur $]-\infty\ ;\ -10[$, < 0 ensuite.

4. croissante ; s'annule en -3 ; $k(x) < 0$ sur $]-\infty\ ;\ -3[$, > 0 ensuite.

Exercice 8.

Résoudre à l'aide d'un tableau de signes.

1. $(x-2)(3x+9) > 0$

2. $(5-x)(2x+1) \leqslant 0$

3. $\dfrac{x+4}{2-x} \geqslant 0$

4. $x(4x-1) < 0$

1. Racines -3 et 2 : $S =]-\infty\ ;\ -3[\cup]2\ ;\ +\infty[$.

2. Racines $-0,5$ et 5 ; produit négatif à l'extérieur : $S =]-\infty\ ;\ -0,5] \cup [5\ ;\ +\infty[$.

3. Valeur interdite 2 ; $S = [-4\ ;\ 2[$.

4. $S = \left]0\ ;\ \frac{1}{4}\right[$.

Modéliser une situation par une fonction affine

Exercice 9.

Un fablab loue son imprimante 3D selon deux formules :

- Formule A : 8 € par heure d'impression ;
- Formule B : abonnement de 60 € par an puis 5 € par heure d'impression.

1. Exprimer le coût annuel $A(x)$ et $B(x)$ en fonction du nombre x d'heures d'impression.
2. Représenter ces deux fonctions pour $x \in [0\ ;\ 40]$.
3. À partir de combien d'heures la formule B est-elle plus avantageuse ? Justifier par le calcul.

1. $A(x) = 8x$; $B(x) = 5x + 60$.
2. Deux demi-droites, qui se coupent au point $(20\ ;\ 160)$.
3. $B(x) < A(x) \iff 60 < 3x \iff x > 20$: la formule B est plus avantageuse au-delà de 20 heures d'impression.

Exercice 10.

La température d'ébullition de l'eau diminue d'environ 3,4 °C par kilomètre d'altitude. Elle vaut 100 °C au niveau de la mer.

1. Exprimer la température d'ébullition $T(h)$ en fonction de l'altitude h (en km).
2. Calculer T au sommet du Mont Blanc (4,8 km).
3. À quelle altitude l'eau bout-elle à 75 °C ?

1. $T(h) = 100 - 3,4h$.
2. $T(4,8) = 100 - 16,32 \approx 83,7$ °C.
3. $100 - 3,4h = 75 \iff h = \frac{25}{3,4} \approx 7,35$ km.

Exercice 11.

Celsius et Fahrenheit. On a 0 °C = 32 °F et 100 °C = 212 °F, et la conversion est affine.

1. Exprimer la température F en degrés Fahrenheit en fonction de la température C en degrés Celsius.
2. Existe-t-il une température qui a la même valeur dans les deux échelles ?

1. $m = \frac{212-32}{100} = 1,8$: $F = 1,8C + 32$.
2. $1,8C + 32 = C \iff 0,8C = -32 \iff C = -40$: −40 °C = −40 °F.