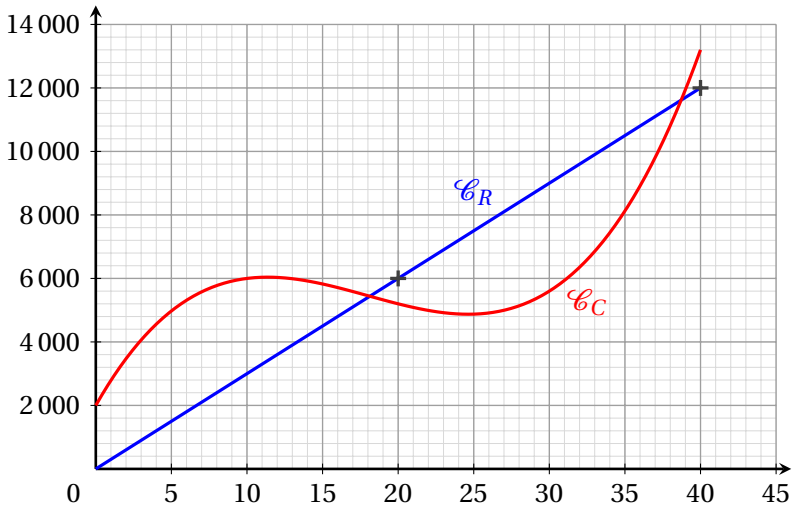
Épreuve anticipée de mathématiques
Première technologique
Fonctions et dérivation

Corrigés :

Exercice 1. Antilles-Guyane 11 septembre 2026 - Exercice 1

Une entreprise peut produire entre 0 et 40 tonnes de compote par mois.
Le coût de production de x tonnes de compote, exprimé en euros, est donné par la fonction C définie sur $[0\,;\,40]$.
La recette réalisée pour x tonnes de compote vendues, exprimée en euros, est donnée par la fonction R définie sur $[0\,;\,40]$.
Dans cet exercice on s'intéresse à la différence entre la recette et le coût de production. Lorsque cette différence est positive on l'appelle le bénéfice.

Partie A – Étude graphique
Les représentations graphiques $\mathscr{C}_C$ et $\mathscr{C}_R$ des fonctions C et R sont données ci-dessous.



Vous répondrez aux trois questions suivantes en vous appuyant uniquement sur ce graphique.

1. Déterminer l'expression $R(x)$ de la recette réalisée pour x tonnes de compote vendues.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? On donnera des valeurs approchées à l'entier près.
3. Avec la précision permise par le graphique, évaluer le bénéfice maximal réalisé par l'entreprise.

Partie B – Étude du résultat

On admet que le résultat réalisé pour x tonnes de compote fabriquées et vendues, exprimé en euro, est donné par la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\,40]$ par :

$$B(x) = -x^3 + 54x^2 - 540x - 2\,000$$

On donne les valeurs suivantes :

$$B(0) = -2\,000\,; \quad B(6) = -3\,512\,; \quad B(30) = 3\,400\,; \quad B(40) = -1\,200$$

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B.
Calculer $B'(x)$ et montrer que $B'(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$B'(x) = (-3x + 18)(x - 30)$$

2. Étudier le signe de B' sur l'intervalle $[0\,;\,40]$ et en déduire les variations de la fonction B sur ce même intervalle.

3. Pour quelle quantité de compote le bénéfice réalisé par l'entreprise est-il maximal ?

Exercice 2. Métropole 11 septembre 2026 - Exercice 2

Partie A

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x par $f(x) = (12x - 480)(x - 10)$.
Établir le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Aide au calcul :
$480 = 40 \times 12$

Partie B

On s'intéresse dans cette partie à une usine qui fabrique des tracteurs. Chaque mois elle en vend entre 0 et 18. On note x le nombre de tracteurs vendus par mois.
On modélise alors le bénéfice de cette entreprise, **en centaines d'euros**, par la fonction B définie sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ par

$$B(x) = 4x^3 - 300x^2 + 4\,800x - 10\,000.$$

1. Calculer $B(0)$.

2. On donne $B(18) = 2\,528$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. a. Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,18]$, calculer $B'(x)$ puis montrer que $B'(x) = f(x)$, où f est la fonction définie dans la partie A.

b. En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0\,;\,18]$.

c. À l'aide du tableau de variations, déterminer combien de tracteurs l'entreprise doit produire et vendre afin d'obtenir un bénéfice maximal. Quelle sera la valeur de ce bénéfice maximal ?

Exercice 3. Polynésie 4 septembre 2026 - Exercice 3

Soit la fonction f définie pour tout x appartenant à l'intervalle [0 ; 200] par :

$$f(x) = -0{,}25x^2 + 30x - 500$$

1. Calculer l'image de 10 par la fonction f.

2. Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle [0 ; 200],

$$f(x) = (-0{,}25x + 5)(x - 100)$$

3. Résoudre dans l'intervalle [0 ; 200] l'équation $f(x) = 0$.

4. Pour x dans l'intervalle [0 ; 200], déterminer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

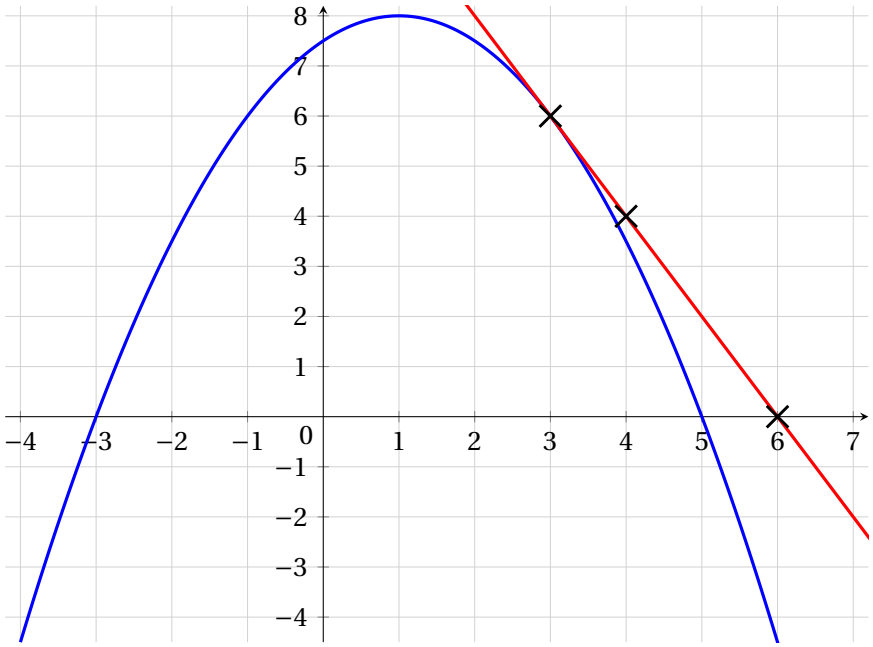
5. Dans l'intervalle [0 ; 200], étudier le signe de f' et déterminer le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 4. Polynésie 12 juin 2026 - Exercice 3

On considère la fonction f définie et dérivable sur $[-4;6]$ par

$$f(x) = -0{,}5x^2 + x + 7{,}5.$$

On note f' la fonction dérivée de f.
Dans le repère ci-dessous, on a tracé la courbe représentative de la fonction f et sa tangente au point d'abscisse 3 qui passe par les points de coordonnées (3;6), (4;4) et (6;0).



1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-4;6]$,

$$f(x) = (0{,}5x + 1{,}5)(-x + 5)$$

Les justifications demandées pour les trois questions suivantes peuvent se faire par des calculs ou par des lectures graphiques.

2. Déterminer le nombre dérivé en 3.

3. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

a. **Affirmation a.** : les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ sur $[-4;6]$ sont les nombres réels appartenant à l'intervalle $[-3;5]$.

b. **Affirmation b.** : $f'(x)$ est positif sur l'intervalle $[1;4]$.

Exercice 5. Antilles-Guyane 12 juin 2026 - Exercice 3

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.
Dans tout l'exercice, on se place dans un repère orthonormé.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 2(x+1)(x-3)(x-5).$$

Affirmation 1 : La fonction f est négative sur l'intervalle $[-1;3]$.

2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = -3x^2 + 12x - 4.$$

On note $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative.

a. **Affirmation 2 :** L'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse 1 est :

$$y = 6x - 1$$

b. **Affirmation 3 :** La fonction h est croissante sur l'intervalle $[2;+\infty[$.

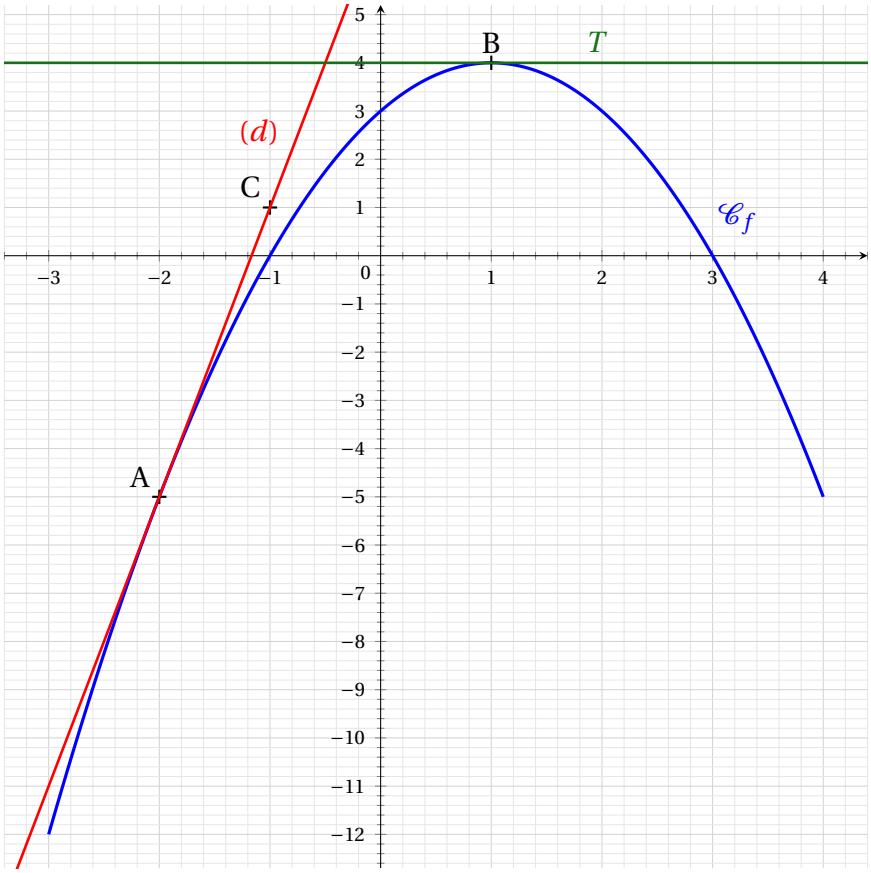
3. On considère la fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (x - x_1)(x - x_2)$$

où x_1 et x_2 sont des réels.
On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative.
On sait que :

- 2 est une racine de g ;
- la droite d'équation $x = 2,5$ est l'axe de symétrie de $\mathscr{C}_g$.

Affirmation 4 : $g(0) = 6$.



On considère la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\,;4]$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
On précise que :

— la droite (d) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A et passe par le point C ;

— la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

Par lecture graphique :

1. Déterminer $f(-2)$ et $f(1)$.

2. Déterminer $f'(-2)$ et $f'(1)$.

3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

4. Dresser le tableau de variation de f.

On admet que $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ sur l'intervalle $[-3\,;4]$.

5. Retrouver par le calcul les résultats de la question 1.

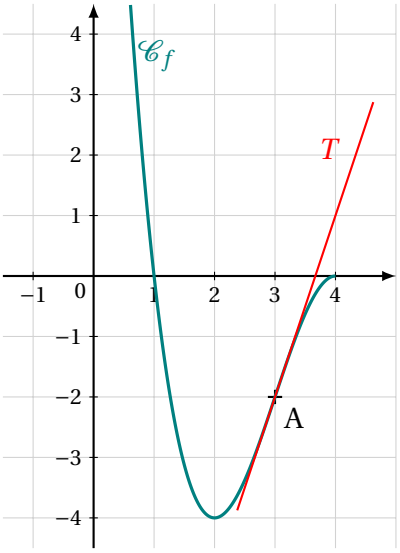
6. a) Déterminer $f'(x)$ puis retrouver les résultats de la question 2.

b) Vérifier par le calcul que $f(x) = (x+1)(-x+3)$.
Retrouver les résultats de la question 3.

c) Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-3\,;4]$.
En déduire les variations de la fonction f sur cet intervalle.

Exercice 7. Centres étrangers 8 juin 2026 - Exercice 2

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0;4]$, dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est représentée ci-dessous.
La droite T est la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.



1. Par lecture graphique, déterminer :

a. l'image de 3 par la fonction f ;

b. le nombre dérivé $f'(3)$.

2. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0;4]$ par :

$$f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 16$$

a. Calculer $f(0)$.

b. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[0;4]$, en détaillant les calculs.

c. Vérifier que pour tout réel x,

$$f'(x) = -3(x-2)(x-4).$$

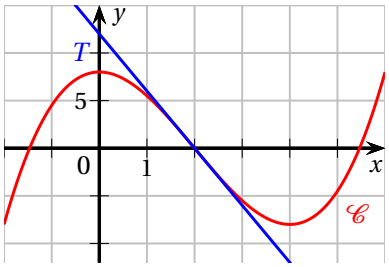
d. Étudier le signe de $f'(x)$ et établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$, en y faisant figurer les extrémums.

e. Quel est le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$?
En quelle valeur est-il atteint ?

Exercice 8. Sujet zéro n°1 - Exercice 2

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\,;\,6]$.

Sa courbe représentative, notée $\mathscr{C}$ est donnée ci-contre.



— On sait que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $(0\,;\,8)$, $(2\,;\,0)$ et $(4\,;\,-8)$.

— On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = 2$.

— On sait que la tangente T coupe l'axe des ordonnées en $y = 12$.

On note f' la fonction dérivée de f.

1. **a.** Déterminer les valeurs de $f(2)$ et $f'(2)$.

b. Donner une équation de la tangente T.

c. Recopier et compléter le tableau de variation ci-dessous en utilisant le graphique.

x	-2	0	4	6
variations de f				

2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-2\,;\,6]$ par

$$f(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 8.$$

a. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-2\,;\,6]$, on a $f'(x) = 1,5x(x-4)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et retrouver le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2\,;\,6]$.

3. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,2]$ on a $f(x) \leqslant -6x + 12$.
Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente T sur l'intervalle $[0\,;\,2]$?

Exercice 9. Sujet zéro n°2 - Exercice 2

On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

1. Calculer l'image de 0 et de 3 par la fonction f.

2. Montrer que, pour tout réel x, on a : $(x-1)(5-x) = -x^2 + 6x - 5$.

3. En déduire les antécédents de 0 par la fonction f.

4. Montrer que pour tout réel x, on a : $4 - (x-3)^2 = -x^2 + 6x - 5$.

5. Est-il possible de trouver un réel x, tel que $f(x) > 4$? Justifier.

6. Réaliser un schéma donnant l'allure la courbe de la fonction f sur lequel apparaîtront les résultats des questions **1., 3. et 5.**