Corrigé
Nombres complexes (1)

Calculer avec la forme algébrique

Exercice 1.

Donner la partie réelle et la partie imaginaire de chaque nombre complexe : $z_1 = 3-5i$; $z_2 = 2i$; $z_3 = -7$; $z_4 = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$; $z_5 = i(4-i)$.

z_1 : 3 et -5. z_2 : 0 et 2 (imaginaire pur). z_3 : -7 et 0 (réel). z_4 : $\frac{1}{2}$ et $\frac{\sqrt{3}}{2}$. $z_5 = 4i - i^2 = 1+4i$: 1 et 4.

Exercice 2.

Écrire sous forme algébrique :

1. $(4-3i)+(-1+7i)$

2. $(2+i)-(5-4i)$

3. $(1+2i)(3-i)$

4. $(2-3i)^2$

5. $(1+i)(1-i)$

6. i^3 et i^4

1. $3+4i$

2. $-3+5i$

3. $3-i+6i-2i^2 = 5+5i$

4. $4-12i+9i^2 = -5-12i$

5. $1-i^2 = 2$

6. $i^3 = -i$; $i^4 = 1$

Exercice 3.

Déterminer les réels x et y tels que $(2x-1)+i(y+3) = 5-2i$.

$2x-1 = 5$ et $y+3 = -2$: $x = 3$ et $y = -5$.

Utiliser le conjugué, calculer un quotient

Exercice 4.

Donner le conjugué de : $z_1 = 2+5i$; $z_2 = -3i$; $z_3 = 4$; $z_4 = (1+i)(2-i)$.

$\overline{z_1} = 2-5i$; $\overline{z_2} = 3i$; $\overline{z_3} = 4$; $z_4 = 3+i$ donc $\overline{z_4} = 3-i$.

Exercice 5.

Écrire sous forme algébrique :

1. $\dfrac{1}{i}$

2. $\dfrac{1}{3+4i}$

3. $\dfrac{2+i}{1-i}$

4. $\dfrac{5i}{2+i}$

1. $\frac{-i}{1} = -i$

2. $\frac{3-4i}{25} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$

3. $\frac{(2+i)(1+i)}{2} = \frac{1+3i}{2}$

4. $\frac{5i(2-i)}{5} = 1+2i$

Exercice 6. [Électricité]

En régime sinusoïdal, une bobine et une résistance en série ont une impédance complexe $Z = R + iL\omega$. On prend $R = 30\ \Omega$ et $L\omega = 40\ \Omega$.

1. Écrire Z sous forme algébrique et calculer son module $|Z|$.

2. L'admittance est $Y = \dfrac{1}{Z}$. L'écrire sous forme algébrique.

1. $Z = 30+40i$; $|Z| = \sqrt{900+1600} = 50\ \Omega$.

2. $Y = \dfrac{30-40i}{2500} = 0,012 - 0,016i$.

Représenter, calculer un module

Exercice 7.

Dans un repère orthonormé direct, placer les points A, B, C, D d'affixes $z_A = 2+i$, $z_B = -1+3i$, $z_C = -2-i$, $z_D = \overline{z_A}$. Calculer les affixes des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{DC}$.

$D(2\,;\,-1)$. $z_{\vec{AB}} = z_B - z_A = -3+2i$; $z_{\vec{DC}} = z_C - z_D = -4$.

Exercice 8.

Calculer le module de : $3+4i$; $-5i$; $1-i$; $\sqrt{3}+i$; $(1+i)^4$; $\dfrac{1+i}{1-i\sqrt{3}}$.

5 ; 5 ; $\sqrt{2}$; 2 ; $|1+i|^4 = (\sqrt{2})^4 = 4$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 9.

A, B, C ont pour affixes $z_A = 1+i$, $z_B = 4+2i$, $z_C = 2+4i$.

1. Calculer AB, AC et BC.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ?

1. $AB = |3+i| = \sqrt{10}$; $AC = |1+3i| = \sqrt{10}$; $BC = |-2+2i| = \sqrt{8}$.
2. $AB = AC$: le triangle est isocèle en A (et $AB^2 + AC^2 = 20 \neq 8$: il n'est pas rectangle en A).