Dérivation

Calculer un taux de variation et un nombre dérivé

Exercice 1.

Soit $f(x) = x^2 - 3x$.

1. Calculer le taux de variation de f entre 1 et 4.
2. Montrer que le taux de variation entre 2 et $2+h$ vaut $1+h$.
3. En déduire $f'(2)$.
4. Compléter la fonction Python suivante pour qu'elle renvoie le taux de variation de f entre 2 et $2+h$. Que renvoient `taux(0.1)`, `taux(0.01)` et `taux(0.001)` ? Est-ce cohérent avec la question 3 ?

```
def f(x):
    return x**2 - 3*x
def taux(h):
    return ( ... - ... ) / h
```

Exercice 2.

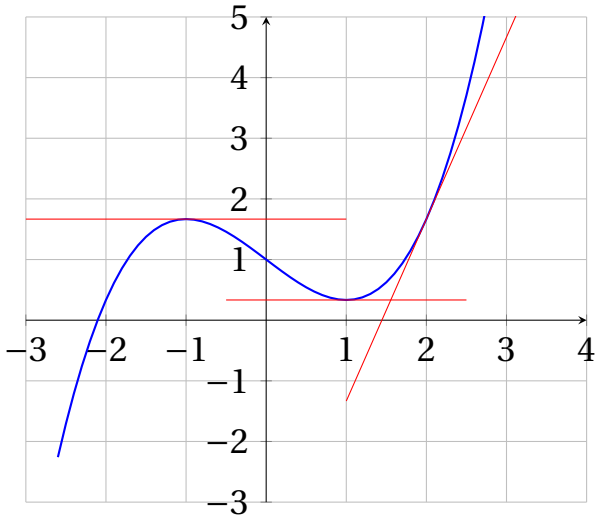
Par la même méthode, calculer :

1. $f'(1)$ pour $f(x) = 2x^2$
2. $g'(-1)$ pour $g(x) = x^3$
3. $k'(2)$ pour $k(x) = \dfrac{1}{x}$

Lire et utiliser le nombre dérivé, déterminer une tangente

Exercice 3.

La courbe de f et trois de ses tangentes sont tracées. Lire $f(-1)$, $f'(-1)$, $f(1)$, $f'(1)$, $f(2)$ et $f'(2)$.



Exercice 4.

Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse a dans chaque cas.

1. $f(1) = 2$ et $f'(1) = 3$
2. $f(0) = -1$ et $f'(0) = 0,5$
3. $f(-2) = 4$ et $f'(-2) = -1$
4. $f(3) = 0$ et $f'(3) = 0$

Exercice 5.

Soit $f(x) = x^2 + 1$.

1. Montrer que, pour $h \neq 0$, $\dfrac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2 + h$. En déduire $f'(1)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.

Exercice 6.

Soit $g(x) = \dfrac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$.

1. Montrer que $\dfrac{g(2+h) - g(2)}{h} = \dfrac{-1}{2(2+h)}$. En déduire $g'(2)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2.

Exercice 7. [Vitesse instantanée]

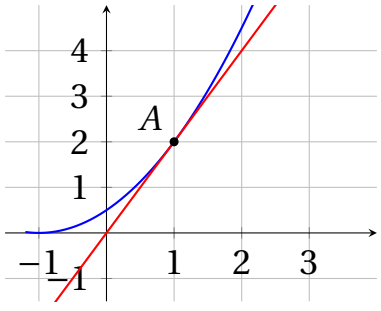
Une balle lâchée du haut d'une tour parcourt $d(t) = 4,9t^2$ mètres en t secondes.

1. Calculer sa vitesse moyenne entre $t = 2$ et $t = 3$.
2. Montrer que $\dfrac{d(2+h) - d(2)}{h} = 19,6 + 4,9h$. En déduire sa vitesse instantanée à $t = 2$.

Exercice 8.

On a tracé la courbe d'une fonction f et sa tangente T au point A d'abscisse 1.

1. Lire $f(1)$.
2. Lire le coefficient directeur de T. En déduire $f'(1)$.
3. Donner l'équation réduite de T.



Utiliser l'approximation affine

Exercice 9.

On donne $f(x) = x^3$.

1. Calculer $f(2)$ et $f'(2)$ à l'aide du taux de variation, sachant que $\dfrac{(2+h)^3 - 8}{h} = 12 + 6h + h^2$.
2. En déduire une valeur approchée de $2,01^3$ et de $1,98^3$. Comparer avec la calculatrice.

Exercice 10. [Dilatation]

La longueur (en m) d'une barre métallique en fonction de la température θ (en °C) est $L(\theta)$. On sait que $L(20) = 2$ et $\dfrac{dL}{d\theta}(20) = 2,4 \times 10^{-5}$.

1. Donner une valeur approchée de la longueur à 30 °C.
2. De combien de millimètres la barre s'allonge-t-elle environ entre 20 °C et 50 °C ?

Corrigé

