Corrigé
Généralités sur les fonctions

Calculer une image, déterminer un antécédent

Exercice 1.

Soit $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

$f(0) = 1$; $f(2) = -1$; $f(-1) = 5$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{4}$.

Exercice 2.

Soit $g(x) = 4x - 7$. Déterminer l'antécédent de 5, puis celui de 0.

$4x - 7 = 5 \iff x = 3$; $4x - 7 = 0 \iff x = \frac{7}{4}$.

Exercice 3.

Une entreprise fabrique des vélos. Le coût de production de q vélos est $C(q) = q^2 + 40q + 500$ (en euros), pour q entre 0 et 60.

1. Calculer $C(0)$ et interpréter.
2. Calculer le coût de production de 20 vélos.
3. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau.

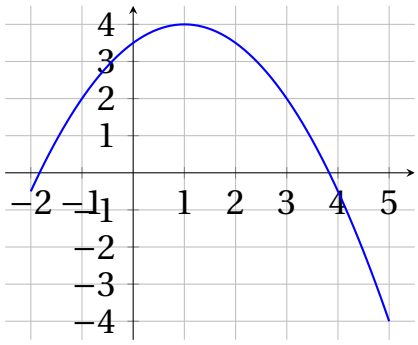
q	0	10	20	30	40	50	60
$C(q)$							

1. $C(0) = 500$: coûts fixes (même sans production).
2. $C(20) = 400 + 800 + 500 = 1\,700$ €.
3. 500 ; 1 000 ; 1 700 ; 2 600 ; 3 700 ; 5 000 ; 6 500.

Lire graphiquement images, antécédents et solutions

Exercice 4.

La courbe ci-contre représente une fonction h définie sur $[-2;5]$.



1. Lire $h(-2)$, $h(0)$ et $h(3)$.
2. Lire le ou les antécédents de 2.
3. Résoudre graphiquement $h(x) = 0$ puis $h(x) > 0$.
4. Dresser le tableau de variations de h.

$h(x) = -0,5(x-1)^2 + 4$.

1. $h(-2) = -0,5$; $h(0) = 3,5$; $h(3) = 2$.
2. -1 et 3.
3. $h(x) = 0$ pour $x \approx -1,8$ et $x \approx 3,8$; $h(x) > 0$ sur $]-1,8;3,8[$ environ.
4. Croissante sur $[-2;1]$, décroissante sur $[1;5]$, maximum 4 en 1 ; $h(5) = -4$.

Calculer et interpréter un taux de variation

Exercice 5.

Calculer le taux de variation de $f(x) = x^2 - 3x + 1$ entre 1 et 4, puis entre -2 et 0.

Compléter la fonction Python `taux(a, b)` pour qu'elle renvoie le taux de variation de f entre a et b. Que renvoient `taux(1, 4)` et `taux(-2, 0)` ?

```
def f(x):
    return x**2 - 3*x + 1
def taux(a, b):
    return ...
```

$\frac{f(4)-f(1)}{3} = \frac{5-(-1)}{3} = 2$; $\frac{f(0)-f(-2)}{2} = \frac{1-11}{2} = -5$.

Le taux de variation entre a et b est $\big(f(b) - f(a)\big)/(b-a)$:

```
def f(x):
    return x**2 - 3*x + 1
def taux(a, b):
    return (f(b) - f(a)) / (b - a)
```

`taux(1, 4)` renvoie `2.0` et `taux(-2, 0)` renvoie `-5.0`, comme ci-dessus.

Exercice 6.

Reprendre la fonction coût de l'exercice 3. Calculer le taux de variation de C entre 10 et 20, puis entre 40 et 50. Interpréter.

$\frac{1700-1000}{10} = 70$ et $\frac{5000-3700}{10} = 130$: chaque vélo supplémentaire coûte en moyenne 70 € entre 10 et 20 vélos, et 130 € entre 40 et 50.

Exercice 7.

La température d'un moteur électrique passe de 25 °C à sa mise en marche à 81 °C au bout de 7 minutes. Calculer le taux de variation moyen de la température (en °C par minute).

$\frac{81-25}{7} = 8$: la température augmente en moyenne de 8 °C par minute.

Exercice 8.

La température (en °C) d'un composant électronique est relevée en fonction du temps (en minutes).

Temps (min)	0	5	10	20
Température (°C)	42	45,5	47	46

Calculer les taux de variation entre deux relevés consécutifs du tableau. Sur quelle période la température a-t-elle augmenté le plus vite ?

0,7 ; 0,3 ; −0,1 °C par minute : la hausse la plus rapide a lieu entre 0 et 5 minutes.

Étudier le sens de variation d'une fonction

Exercice 9.

Dresser le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[0;10]$ telle que : $f(0) = 3$, f décroît jusqu'à $f(4) = -2$, puis croît jusqu'à $f(10) = 6$. Combien de solutions l'équation $f(x) = 0$ admet-elle ?

Décroissante sur $[0;4]$ de 3 à −2, croissante sur $[4;10]$ de −2 à 6. L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions.

Exercice 10.

Les taux de variation d'une fonction g entre deux valeurs quelconques de $[0;5]$ sont tous négatifs. Que peut-on dire de g ? Comparer $g(1)$ et $g(3)$.

g est décroissante sur $[0;5]$ donc $g(1) \geqslant g(3)$.

Exercice 11. [Avec la calculatrice]

Soit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ sur $[0;5]$. À l'aide de la calculatrice, tracer la courbe de f, conjecturer son tableau de variations et donner son maximum et son minimum sur $[0;5]$.

Croissante sur $[0;1]$, décroissante sur $[1;3]$, croissante sur $[3;5]$. $f(0) = 0$, $f(1) = 4$, $f(3) = 0$, $f(5) = 20$: maximum 20 (en 5), minimum 0 (en 0 et en 3).