Primitives

Vérifier et utiliser la définition

Exercice 1.

Dans chaque cas, vérifier que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

1. $F(x) = x^4 - 3x^2 + 7$ et $f(x) = 4x^3 - 6x$.
2. $F(t) = 5\sin(3t)$ et $f(t) = 15\cos(3t)$.
3. $F(x) = (2x+1)^2$ et $f(x) = 8x + 4$.

Exercice 2.

$F(x) = x^2 + 3x$ et $G(x) = x^2 + 3x - 8$. Montrer que F et G sont deux primitives d'une même fonction f à préciser. Que vaut $F(x) - G(x)$?

Calculer des primitives

Exercice 3.

Déterminer une primitive de chaque fonction sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = 7$
2. $f(x) = 4x + 3$
3. $f(x) = x^2 - 5x + 1$
4. $f(x) = 6x^5 - 2x^3$
5. $f(x) = \dfrac{x^2}{2} + x$
6. $f(x) = (x-1)(x+2)$

Exercice 4.

Déterminer une primitive de chaque fonction sur $\mathbb{R}$.

1. $f(t) = \cos t$
2. $f(t) = \sin t$
3. $f(t) = 4\cos(2t)$
4. $f(t) = 6\sin(3t)$
5. $f(t) = 10\cos\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$
6. $f(t) = 2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}t\right)$

Exercice 5.

Déterminer la primitive F de f vérifiant la condition donnée.

1. $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ et $F(1) = 0$.
2. $f(t) = \cos(2t)$ et $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1$.
3. $f(x) = x - 4$ et $F(2) = -1$.

Exercice 6. [Mouvement]

Un mobile se déplace sur un axe. Sa vitesse (en m/s) à l'instant t (en s) est $v(t) = -2t + 8$. La position $x(t)$ est une primitive de v et $x(0) = 5$.

1. Déterminer $x(t)$.
2. À quel instant le mobile s'arrête-t-il ? Quelle est alors sa position ?

Utiliser la méthode d'Euler

Exercice 7.

On considère le problème : $y' = t^2$ et $y(0) = 0$.

1. Appliquer la méthode d'Euler avec un pas $h = 0,5$ pour obtenir une valeur approchée de $y(2)$. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Déterminer la solution exacte et comparer.

Exercice 8. [Charge d'un condensateur]

L'intensité (en A) qui traverse un circuit est $i(t) = \cos(t)$ et la charge q du condensateur vérifie $q'(t) = i(t)$ avec $q(0) = 0$.

1. Compléter l'algorithme de la méthode d'Euler (pas $h = 0,1$) pour calculer une valeur approchée de $q(1)$.

```
from math import cos
t, q, h = 0, 0, 0.1
for k in range (.....):
    q = .....
    t = t + h
print(q)
```

2. Le programme affiche 0,8638 (arrondi). Déterminer la valeur exacte de $q(1)$ et comparer.

Corrigé

