Corrigé
Probabilités conditionnelles

Exploiter un tableau croisé

Exercice 1.

Dans un lycée de 800 élèves, 45 % sont des filles. 40 % des filles et 30 % des garçons pratiquent un sport en club.

1. Compléter le tableau d'effectifs.

	Sport en club (S)	Pas de club	Total
Filles (F)			
Garçons			
Total			800

2. Calculer la fréquence des élèves pratiquant un sport en club.
3. Calculer la fréquence des filles parmi les élèves pratiquant un sport en club.

1. Filles : 360 dont 144 en club, 216 non. Garçons : 440 dont 132 en club, 308 non. Totaux : 276 et 524.
2. $\frac{276}{800} = 0,345$.
3. $\frac{144}{276} \approx 0,522$.

Exercice 2.

On choisit un élève au hasard dans le lycée de l'exercice 1. Calculer $P(F)$, $P(F \cap S)$, $P_F(S)$, $P_S(F)$ et $P_{\overline{F}}(\overline{S})$.

$P(F) = 0,45$; $P(F \cap S) = 0,18$; $P_F(S) = 0,4$; $P_S(F) \approx 0,522$; $P_{\overline{F}}(\overline{S}) = \frac{308}{440} = 0,7$.

Exercice 3.

Une enquête sur 1 200 salariés donne le tableau suivant.

	Voiture	Transports en commun	Vélo	Total
Moins de 10 km	250	150	200	600
10 km et plus	420	160	20	600
Total	670	310	220	1 200

1. Calculer la fréquence des cyclistes parmi les salariés habitant à moins de 10 km.
2. Calculer la fréquence des salariés habitant à moins de 10 km parmi les cyclistes.

1. $\frac{200}{600} \approx 0,333$.
2. $\frac{200}{220} \approx 0,909$.

Construire et exploiter un arbre pondéré

Exercice 4.

Une usine produit des pièces sur deux machines : 60 % sur la machine A et le reste sur la machine B. 2 % des pièces de A et 5 % des pièces de B sont défectueuses. On choisit une pièce au hasard ; D : « la pièce est défectueuse ».

1. Construire un arbre pondéré.
2. Calculer $P(A \cap D)$ et $P(B \cap D)$.
3. En déduire $P(D)$.
4. La pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de la machine B ?

1. Branches A : 0,6, B : 0,4 ; puis D : 0,02 / 0,05.
2. $P(A \cap D) = 0,012$; $P(B \cap D) = 0,02$.
3. $P(D) = 0,032$.
4. $P_D(B) = \frac{0,02}{0,032} = 0,625$.

Exercice 5.

Un test de dépistage d'une maladie touchant 1 % de la population est positif chez 99 % des malades et chez 2 % des personnes saines.

1. Construire un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité qu'un test soit positif.
3. Le test d'une personne est positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? Commenter.

1. M : 0,01 puis T : 0,99 ; $\overline{M}$: 0,99 puis T : 0,02.
2. $P(T) = 0,0099 + 0,0198 = 0,0297$.
3. $P_T(M) = \frac{0,0099}{0,0297} = \frac{1}{3} \approx 0,33$: seulement une chance sur trois, car la maladie est rare.

Exercice 6.

Compléter l'arbre sachant que $P(A) = 0,3$, $P_A(B) = 0,8$ et $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0,4$. Calculer $P(B)$.

$P(\overline{A}) = 0,7$, $P_A(\overline{B}) = 0,2$, $P_{\overline{A}}(B) = 0,6$. $P(B) = 0,24 + 0,42 = 0,66$.

Utiliser la formule des probabilités totales

Exercice 7.

Dans le parc de véhicules d'une entreprise, 70 % des véhicules sont électriques et les autres hybrides. 50 % des véhicules électriques et 20 % des hybrides sont équipés de la recharge rapide. Quelle est la probabilité qu'un véhicule choisi au hasard soit équipé de la recharge rapide ?

$0,7 \times 0,5 + 0,3 \times 0,2 = 0,35 + 0,06 = 0,41$.

Exercice 8.

Dans une usine, 40 % des cartes électroniques sont assemblées par l'équipe du matin et 60 % par l'équipe de l'après-midi. Le matin, 30 % des cartes passent un test approfondi ; l'après-midi, une proportion p. Sachant que 45 % des cartes passent ce test, déterminer p.

$0,4 \times 0,3 + 0,6p = 0,45 \iff 0,6p = 0,33 \iff p = 0,55$.

Reconnaître des événements indépendants

Exercice 9.

Dans l'exercice 1, les événements F et S sont-ils indépendants ?

$P(F) \times P(S) = 0,45 \times 0,345 \approx 0,155 \neq 0,18 = P(F \cap S)$: non indépendants.

Exercice 10.

On lance un dé équilibré. A : « obtenir un nombre pair », B : « obtenir un multiple de 3 », C : « obtenir au moins 4 ». Étudier l'indépendance de A et B, puis de A et C.

$P(A \cap B) = P(\{6\}) = \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$: A et B indépendants. $P(A \cap C) = P(\{4;6\}) = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$: non indépendants.

Exercice 11.

A et B sont indépendants, $P(A) = 0,4$ et $P(B) = 0,3$. Calculer $P(A \cap B)$ et $P_A(B)$.

$P(A \cap B) = 0,12$; $P_A(B) = P(B) = 0,3$.