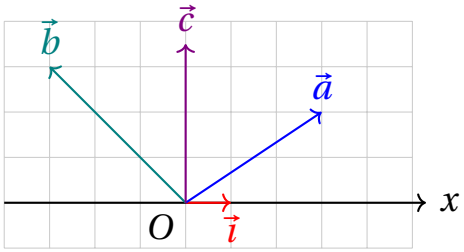
Produit scalaire

Calculer la projection d'un vecteur sur un axe

Exercice 1.

Sur la figure, le quadrillage est formé de carrés de côté 1. L'axe (Ox) est dirigé par $\vec{\imath}$.



1. Pour chacun des vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, donner la mesure algébrique de son projeté orthogonal sur l'axe (Ox).
2. En déduire $\vec{a}\cdot\vec{\imath}$, $\vec{b}\cdot\vec{\imath}$ et $\vec{c}\cdot\vec{\imath}$.

Exercice 2.

Un vecteur $\vec{u}$ de norme 6 fait un angle θ avec un axe orienté. Calculer la mesure algébrique de son projeté orthogonal sur l'axe dans chaque cas : $\theta = \dfrac{\pi}{3}$; $\theta = \dfrac{\pi}{2}$; $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$; $\theta = \pi$.

Calculer un produit scalaire

Exercice 3.

Dans un repère orthonormé, calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$:

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$
3. $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$, $(\vec{u},\vec{v}) = \frac{\pi}{3}$
4. $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$, $(\vec{u},\vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$

Exercice 4.

$ABCD$ est un carré de côté 4 et I le milieu de $[BC]$. Calculer en utilisant des projections : $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$, $\vec{AB}\cdot\vec{AI}$, $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$, $\vec{AB}\cdot\vec{CD}$.

Exercice 5.

ABC est un triangle équilatéral de côté 6. Calculer $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$ et $\vec{AB}\cdot\vec{BC}$.

Exercice 6.

On sait que $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 5$ et $\|\vec{u}+\vec{v}\| = 7$. Calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$, puis l'angle $(\vec{u},\vec{v})$.

Utiliser les propriétés du produit scalaire

Exercice 7.

$\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = -1$. Calculer :

1. $(2\vec{u})\cdot(-\vec{v})$ **2.** $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2$ **3.** $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})$

Exercice 8.

Déterminer le réel m pour que $\vec{u}\begin{pmatrix} m \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ m-1 \end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

Exercice 9.

$A(1;2)$, $B(5;4)$, $C(3;8)$. Le triangle ABC est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?

Utiliser la formule d'Al-Kashi

Exercice 10.

Dans un triangle ABC, $AB = 8$, $AC = 5$ et $\widehat{BAC} = 120°$. Calculer BC.

Exercice 11.

Un triangle a pour côtés 4, 6 et 7. Calculer la mesure de son plus grand angle au dixième de degré.

Exercice 12. [Navigation]

Deux bateaux partent du même port. L'un parcourt 12 km, l'autre 9 km, selon deux caps qui font un angle de 50°. Quelle distance les sépare ?

Exercice 13.

$ABCD$ est un parallélogramme avec $AB = 5$, $AD = 3$ et $AC = 7$. Calculer BD grâce à l'égalité du parallélogramme.

Calculer un angle ou un travail

Exercice 14.

$A(1\ ;\ 1)$, $B(4\ ;\ 2)$, $C(2\ ;\ 5)$. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, puis une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.

Exercice 15. [Travail d'une force]

Une personne tire une valise sur 50 m en exerçant une force de 40 N.

1. Calculer le travail de la force si elle est parallèle au sol, puis si elle fait un angle de 45° avec le sol.
2. Quel est le travail du poids de la valise (vertical) lors de ce déplacement horizontal ?
3. Un skieur de poids 700 N descend une piste rectiligne de 200 m. Le poids fait un angle de 70° avec la direction du déplacement. Calculer le travail du poids.

Corrigé

