Corrigé
Notion de suites

Calculer des termes

Exercice 1.

Calculer u_0, u_1, u_2 et u_{10}.

1. $u_n = 3n - 7$

2. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

3. $u_n = (-1)^n \times n^2$

1. $-7\,;\ -4\,;\ -1\,;\ 23$.

2. $\frac{1}{2}\,;\ \frac{2}{3}\,;\ \frac{3}{4}\,;\ \frac{11}{12}$.

3. $0\,;\ -1\,;\ 4\,;\ 100$.

Exercice 2.

Calculer les quatre premiers termes de chaque suite.

1. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

2. $v_0 = 10$ et $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{2} + 1$.

3. $w_1 = 1$ et $w_{n+1} = w_n + n$.

4. $F_0 = F_1 = 1$ et $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

1. $1\,;\ 5\,;\ 13\,;\ 29$.

2. $10\,;\ 6\,;\ 4\,;\ 3$.

3. $1\,;\ 2\,;\ 4\,;\ 7$.

4. $1\,;\ 1\,;\ 2\,;\ 3$.

Exercice 3.

Soit $u_n = n^2 - 2n$. Exprimer en fonction de n : u_{n+1}, $u_n + 1$, u_{2n} et u_{n-1}.

$u_{n+1} = (n+1)^2 - 2(n+1) = n^2 - 1\,;\ u_n + 1 = n^2 - 2n + 1\,;\ u_{2n} = 4n^2 - 4n\,;\ u_{n-1} = n^2 - 4n + 3$.

Modéliser et programmer

Exercice 4.

Un bassin de rétention d'eau contient 5 000 m^3 en janvier 2026. Chaque mois, une pompe évacue 10 % de l'eau présente et 800 m^3 arrivent par le réseau pluvial. On note a_n le volume d'eau (en m^3) n mois après janvier 2026.

1. Calculer a_1 et a_2.
2. Justifier que $a_{n+1} = 0,9a_n + 800$.
3. Compléter la fonction Python suivante pour qu'elle renvoie a_n.

```
def volume(n):
    a = ...
    for i in range(...):
        a = ...
    return a
```

1. $a_1 = 4\,500 + 800 = 5\,300$; $a_2 = 4\,770 + 800 = 5\,570$.
2. On garde 90 % de l'eau et on ajoute 800 m^3.
3. `a = 5000`, `range(n)`, `a = 0.9*a + 800`.

Exercice 5.

Que renvoie la fonction `mystere(4)` ? Quelle suite cette fonction calcule-t-elle ?

```
def mystere(n):
    u = 0
    for k in range(1, n+1):
        u = u + k**2
    return u
```

$1 + 4 + 9 + 16 = 30$. Elle calcule $u_n = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2$, soit $u_0 = 0$ et $u_n = u_{n-1} + n^2$.

Représenter une suite

Exercice 6.

Représenter graphiquement les cinq premiers termes de chaque suite, puis conjecturer son sens de variation.

1. $u_n = 5 - n$ **2.** $u_0 = 1,\ u_{n+1} = 2u_n$ **3.** $w_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$

1. $5, 4, 3, 2, 1$: points alignés, décroissante.

2. $1, 2, 4, 8, 16$: croissante.

3. $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$: ni croissante ni décroissante (termes alternés qui se rapprochent de 0).

Étudier le sens de variation

Exercice 7.

Étudier le sens de variation de chaque suite.

1. $u_n = 2n^2 + 3$

2. $u_n = -4n + 1$

3. $u_{n+1} = u_n + n^2 + 2$

4. $u_{n+1} = u_n - \dfrac{1}{n+1}$

5. $u_n = \dfrac{1}{n+3}$

6. $u_n = n^2 - 6n$

1. $u_{n+1} - u_n = 4n + 2 > 0$: croissante.

2. $u_{n+1} - u_n = -4$: décroissante.

3. $u_{n+1} - u_n = n^2 + 2 > 0$: croissante.

4. $u_{n+1} - u_n < 0$: décroissante.

5. $x \mapsto \frac{1}{x+3}$ décroissante sur $[0\ ;\ +\infty[$: décroissante.

6. $u_{n+1} - u_n = 2n - 5$: négatif pour $n \leqslant 2$, positif ensuite. La suite décroît jusqu'à u_3 puis croît : elle n'est pas monotone (mais croissante à partir du rang 3).

Exercice 8. [Population]

Une ville compte 20 000 habitants en 2025. Chaque année, la population augmente de 2 % et 150 personnes s'installent en plus. On note p_n la population en $2025+n$.

1. Calculer p_1 et p_2.
2. Justifier que $p_{n+1} = 1,02p_n + 150$.
3. À l'aide de la calculatrice (mode suite) ou d'un tableur, déterminer la population en 2035.
4. Compléter l'algorithme suivant pour qu'il affiche l'année à partir de laquelle la population dépassera 25 000 habitants. Quelle valeur est affichée ?

1. $p_1 = 20\,550$; $p_2 = 21\,111$.
2. Une hausse de 2 % revient à multiplier par 1,02, puis on ajoute 150.
3. $p_{10} \approx 26\,022$ habitants.
4. On applique la relation de récurrence tant que la population ne dépasse pas 25 000 :

```
p = 20000
annee = 2025
while p <= 25000:
    p = 1.02 * p + 150
    annee = annee + 1
print(annee)
```

L'algorithme affiche 2034 : $p_8 \approx 24\,721$ et $p_9 \approx 25\,365$.

Exercice 9. [Tableur]

On a saisi dans un tableur 0 dans la cellule A2 et 3 dans B2 ; dans A3 la formule `=A2+1` et dans B3 la formule `=2*B2-1`, recopiées vers le bas.

1. Quelle suite est calculée dans la colonne B ? Donner sa relation de récurrence et son premier terme.
2. Quelles valeurs affichent les cellules B3, B4 et B5 ?

1. $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n - 1$.
2. 5 ; 9 ; 17.