Épreuve anticipée de mathématiques
Première technologique
Probabilités

Exercice 1.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Le tableau suivant donne la répartition de 100 personnes ayant obtenu le bac STMG en 2020 par sexe et par mention.

	Mention B ou TB	Sans mention ou AB	Total
Fille	13	x	52
Garçon	7	41	48
Total	20	80	100

Source : MENJS-Depp

1. Décrire par une phrase ce que représente le nombre x et déterminer sa valeur.

2. On choisit au hasard une personne ayant obtenu le bac STMG en 2020.

a. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un garçon ?

b. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une fille et qu'elle ait obtenu son bac avec « mention B ou TB » ?

3. On choisit au hasard une fille ayant obtenu le bac STMG en 2020.

Est-il vrai que la probabilité qu'elle ait obtenu une « mention B ou TB » est égale à 0,25 ?

Justifier votre réponse.

Partie B

À la rentrée 2020, la part des filles en classe de terminale STI2D était de 10 %.

On choisit au hasard et successivement deux personnes inscrites en terminale STI2D à la rentrée 2020.

On admet que :

- les tirages sont indépendants ;
- la probabilité qu'une personne choisie au hasard soit une fille est égale à 0,1.

Quelle est la probabilité que l'on choisisse deux garçons ? On pourra s'aider d'un arbre de probabilités.

Corrigé

Partie A

1. Le nombre x représente le nombre de filles ayant obtenu le bac STMG en 2020 sans mention ou avec la mention assez bien.

$$x = 52 - 13 = 39.$$

2. La personne est choisie au hasard : on est en situation d'équiprobabilité.

a. La probabilité qu'il s'agisse d'un garçon est égale à $\dfrac{48}{100} = 0,48$.

b. La probabilité qu'il s'agisse d'une fille ayant obtenu la mention B ou TB est égale à $\dfrac{13}{100} = 0,13$.

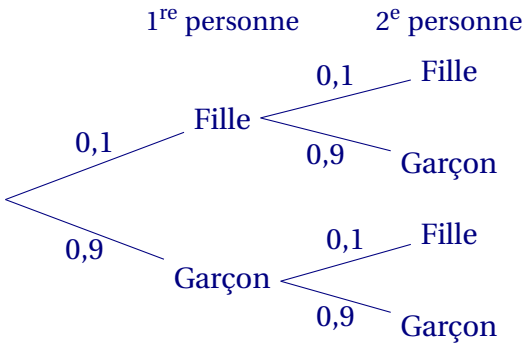
3. Parmi les 52 filles, 13 ont obtenu la mention B ou TB :

$$\frac{13}{52} = \frac{13 \times 1}{13 \times 4} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

L'affirmation est vraie.

Partie B

La probabilité de choisir une fille est $0,1$ et celle de choisir un garçon est $1 - 0,1 = 0,9$.



Les choix étant indépendants :

$$P(\text{deux garçons}) = 0,9 \times 0,9 = 0,81.$$

La probabilité que l'on choisisse deux garçons est égale à $0,81$.

Exercice 2.

Une maladie contagieuse se répand chez les bovins.
Afin de détecter cette maladie, un laboratoire élabore un test de dépistage.
Les essais de ce test sur un groupe témoin de 1 000 bovins sont résumés dans le tableau suivant :

	Test positif à la maladie	Test négatif à la maladie	Total
Malade	180	20	200
Non malade	45	755	800
Total	225	775	1 000

On choisit au hasard un bovin ayant participé à l'essai et on note :

- M l'évènement « le bovin est malade » ;
- T l'évènement « le test est positif ».

On exprimera tous les résultats sous forme décimale.

1. Montrer que la probabilité de l'évènement M est $0,2$.

2. Décrire par une phrase l'évènement $M \cap T$, puis calculer la probabilité de cet évènement.

Aide au calcul :
$225 = 5 \times 45$

3. Calculer la probabilité $P_M(T)$.

4. Un test est dit fiable si la probabilité de ne pas être atteint par la maladie sachant que le test est positif est inférieure ou égale à $0,15$.

En se basant sur les résultats de cet essai, le test du laboratoire est-il fiable ? Justifier la réponse.

5. À présent, on choisit deux bovins parmi ceux ayant participé à l'essai. Le nombre de bovins est suffisamment grand pour considérer cette expérience comme un tirage avec remise. On souhaite déterminer la probabilité de l'évènement A : « les deux bovins sont malades ».

a. Représenter la situation par un arbre pondéré.

b. En déduire la probabilité de l'évènement A.

Corrigé

Groupe témoin de 1 000 bovins : 200 malades (180 testés positifs, 20 négatifs) et 800 non malades (45 positifs, 755 négatifs) ; au total 225 tests positifs. On note M l'évènement « le bovin est malade » et T l'évènement « le test est positif ».

1. Le bovin est choisi au hasard : on est en situation d'équiprobabilité.

$$P(M) = \frac{200}{1\,000} = 0,2.$$

2. $M \cap T$: « le bovin est malade et son test est positif ».

$$P(M \cap T) = \frac{180}{1\,000} = 0,18.$$

La probabilité que le bovin soit malade et que son test soit positif est égale à $0,18$.

3. Parmi les 200 bovins malades, 180 ont un test positif :

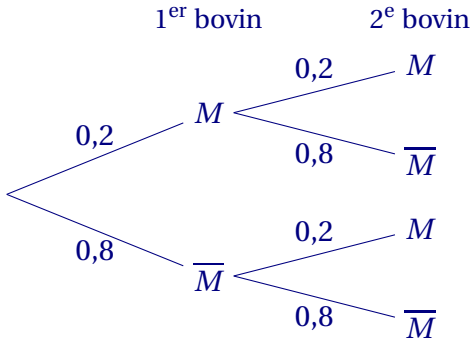
$$P_M(T) = \frac{180}{200} = 0,9.$$

4. « Ne pas être atteint sachant que le test est positif » se traduit par $P_T\left(\overline{M}\right)$. Parmi les 225 bovins testés positifs, 45 ne sont pas malades :

$$P_T\left(\overline{M}\right) = \frac{45}{225} = \frac{45}{5\times 45} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Or $0,2 > 0,15$: le test **n'est pas fiable**.

5. **a.** Le tirage est assimilé à un tirage avec remise : à chaque niveau, $P(M) = 0,2$ et $P\left(\overline{M}\right) = 1-0,2 = 0,8$.



b. L'évènement A correspond au chemin $M - M$ de l'arbre :

$$P(A) = 0,2\times 0,2 = 0,04.$$

La probabilité que les deux bovins choisis soient malades est égale à $0,04$.

Exercice 3.

Dans une station balnéaire on a interrogé 600 touristes, français ou étrangers, sur leur séjour.
Tous ont répondu. Les effectifs sont reportés dans le tableau suivant :

	Camping	**Location**	**Hôtel**	**Total**
Français	232	116	12	360
Étrangers	96	96	48	240
Total	328	212	60	600

Les réponses des questions suivantes seront données sous forme de fractions non nécessairement simplifiées.
On choisit une personne au hasard. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.
On considère les événements :

- E : « La personne choisie est un touriste étranger » ;
- C : « La personne choisie séjourne dans un camping ».

1. Donner la probabilité $P(C)$ de l'événement C.

2. Donner la probabilité $P(\overline{C})$ où $\overline{C}$ désigne l'événement contraire de C.

3. Donner la probabilité de l'événement : « La personne interrogée est un touriste étranger et séjourne dans un camping ».
4. Sachant que la personne choisie est en location, donner la probabilité qu'elle soit un touriste français.

Corrigé

Puisque la personne est choisie au hasard, on est dans une situation d'équiprobabilité.

1. Il y a 600 touristes, dont 328 séjournent dans un camping, donc $P(C) = \dfrac{328}{600} = \dfrac{41}{75}$
2. $\overline{C}$ est l'événement contraire de C, donc $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = \dfrac{600}{600} - \dfrac{328}{600} = \dfrac{272}{600} = \dfrac{34}{75}$.
3. On cherche $P(E \cap C)$. Il y a 600 personnes, dont 96 sont à la fois des touristes étrangers et séjournent dans un camping.
   Donc $P(E \cap C) = \dfrac{96}{600} = \dfrac{4}{25}$.
4. Il y a 212 personnes qui sont en location, dont 116 français. Donc la probabilité que la personne choisie, sachant qu'elle est en location, soit française, est $\dfrac{116}{212} = \dfrac{29}{53}$.

Exercice 4.

Un marchand de glaces donne le choix à ses clients d'acheter la glace dans un cornet ou un pot.
Trois types de glaces sont proposés : sorbet, glace au lait et crème glacée.
Le tableau suivant donne les effectifs des choix de 200 clients ayant acheté une seule boule de glace.
Les réponses aux questions suivantes seront données sous forme de fractions non nécessairement simplifiées.
On interroge un client au hasard.
On admet que tous les clients ont la même probabilité d'être interrogés.

	Sorbet	Glace au lait	Crème glacée	**Total**
Cornet	16	64	80	160
Pot	12	4	24	40
Total	28	68	104	200

1. Donner la probabilité que ce client ait choisi un sorbet.
2. Donner la probabilité que ce client ait choisi un sorbet dans un pot.
3. Sachant que le client interrogé a choisi un cornet, quelle est la probabilité qu'il ait choisi une glace au lait ?
4. Sachant que le client interrogé a choisi une crème glacée, quelle est la probabilité qu'il ait choisi un pot ?

Corrigé

On nomme les évènements suivants :

- S : « le client choisit un sorbet »
- L : « le client choisit une glace au lait »
- G : « le client choisit une crème glacée »
- C : « le client choisit un cornet »

Ainsi $\overline{C}$: « le client choisit un pot »

1. $P(S) = \dfrac{28}{200} = \dfrac{7}{50}$.

2. $P\left(S \cap \overline{C}\right) = \dfrac{12}{200} = \dfrac{3}{50}$.

3. $P_C(L) = \dfrac{64}{160} = \dfrac{2}{5}$.

4. $P_G\left(\overline{C}\right) = \dfrac{24}{104} = \dfrac{3}{13}$.

Exercice 5.

En France, en 2021, une étude portant sur 100 personnes locataires du parc social (HLM) montre que :

- 70 sont des personnes qui ne vivent pas en couple et parmi elles, la moitié est sans enfant ;
- Parmi les personnes vivant en couple, 12 n'ont pas d'enfant.

	sans enfant	au moins un enfant	Total
personne vivant en couple	12	18	30
personne ne vivant pas en couple	35	35	70
Total	47	53	100

On interroge une de ces personnes au hasard et on considère les évènements suivants :

- C : « la personne vit en couple » ;
- E : « la personne a au moins un enfant ».

1. Calculer la probabilité que la personne interrogée soit une personne sans enfant et ne vivant pas en couple.

2. Calculer la probabilité de l'évènement $C \cap \overline{E}$ puis interpréter.

3. Calculer la probabilité que la personne interrogée ne vive pas en couple sachant qu'elle a au moins un enfant.

4. Dans cette question, on s'intéresse au nombre de pièces par logement dans le parc social.

Une autre étude donne la répartition suivante :

- 8 % des logements possèdent 5 pièces ;
- 25 % ont 4 pièces ;

- 40 % ont 3 pièces ;
- 20 % ont deux pièces ;
- et 7 % ont une seule pièce.

On choisit un logement au hasard et on note X la variable aléatoire associant à chaque logement, son nombre de pièce(s).

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer $P(X \geqslant 2)$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

c. Montrer que $\mathrm{E}(X) = 3,07$.
Interpréter ce résultat.

Corrigé

Puisqu'on interroge une personne au hasard, on est en situation d'équiprobabilité, et les proportions sont donc assimilables à des probabilités.

1. Il y a au total 100 personnes, dont 35 ne vivant pas en couple et n'ayant pas d'enfant,
donc $P\left(\overline{C} \cap \overline{E}\right) = \dfrac{35}{100} = 0,35$.

2. $P\left(C \cap \overline{E}\right) = \dfrac{12}{100} = 0,12$: la probabilité de choisir au hasard une personne vivant en couple et n'ayant pas d'enfant est 0,12.

3. On cherche $P_E\left(\overline{C}\right)$.
Par définition des probabilités conditionnelles, $P_E\left(\overline{C}\right) = \dfrac{P\left(E \cap \overline{C}\right)}{P(E)}$.
53 personnes sur les 100 étudiées ont au moins un enfant, donc $P(E) = 0,53$.
Parmi les personnes interrogées, 35 ne vivent pas en couple mais ont au moins un enfant, donc $P\left(E \cap \overline{C}\right) = 0,35$
La probabilité que la personne ne vive pas en couple sachant qu'elle a au moins un enfant est donc $P_E\left(\overline{C}\right) = \dfrac{35}{53}$.
NB : on peut retrouver plus simplement ce résultat en observant que, parmi les 53 personnes ayant au moins un enfant, 35 ne vivent pas en couple.

4. a. Un logement peut donc avoir 1, 2, 3, 4 ou 5 pièces, et les probabilités sont les pourcentages respectifs.
On a donc la loi de probabilité de X :

x_i	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,07	0,2	0,4	0,25	0,08

b. $P(X \geqslant 2)$ est l'évènement contraire de $P(X = 1)$, donc $P(X \geqslant 2) = 1 - 0,07 = 0,93$.
cela signifie que la probabilité qu'un logement ait un nombre de pièces supérieur ou égal à 2 est 0,93.

c. L'espérance de X est égale à $\mathrm{E}(X) = \sum_{i=1}^{5} P(X = x_i) \times x_i$.
$\mathrm{E}(X) = 0,07 \times 1 + 0,2 \times 2 + 0,4 \times 3 + 0,25 \times 4 + 0,08 \times 5 = 0,07 + 0,4 + 1,2 + 1 + 0,4 = 0,47 + 2,2 + 0,4 = 0,47 + 2,6 = 3,07$.

donc $E(X) = 3{,}07$.

Cela signifie que les logements étudiés ont en moyenne 3,07 pièces.

Remarque : Ici, le 3,07 s'interprète comme une moyenne, il n'y a donc pas de raison d'arrondir le résultat à un nombre entier.

Exercice 6.

Cet exercice contient quatre affirmations.
Pour chaque affirmation, répondre par VRAI ou FAUX, en justifiant la réponse.
Toute absence de justification ou justification incorrecte ne sera pas prise en compte dans la notation.
Une enquête est réalisée sur l'équipement informatique des 400 élèves d'un collège.

	Ont une adresse mail	N'ont pas d'adresse mail	Total
Ont un équipement individuel	50	210	260
N'ont pas d'équipement individuel	40	100	140
Total	90	310	400

1. Affirmation
   50% des élèves du collège possèdent une adresse mail et un équipement individuel.
2. Affirmation
   Au moins 50% des élèves du collège ne possèdent pas d'adresse mail.
3. Affirmation
   On choisit un élève au hasard dans le collège. La probabilité qu'il ne possède ni adresse mail ni équipement individuel est égale à 25%.
4. Affirmation
   Au moins $\frac{1}{5}$ des élèves ayant un équipement individuel possèdent également une adresse mail.

Corrigé
Cet exercice contient quatre affirmations.
Pour chaque affirmation, répondre par VRAI ou FAUX, en justifiant la réponse.
Toute absence de justification ou justification incorrecte ne sera pas prise en compte dans la notation.
Une enquête est réalisée sur l'équipement informatique des 400 élèves d'un collège.

	Ont une adresse mail	N'ont pas d'adresse mail	Total
Ont un équipement individuel	50	210	260
N'ont pas d'équipement individuel	40	100	140
Total	90	310	400

1. Affirmation

50% des élèves du collège possèdent une adresse mail et un équipement individuel.

2. Affirmation

Au moins 50% des élèves du collège ne possèdent pas d'adresse mail.

3. Affirmation

On choisit un élève au hasard dans le collège. La probabilité qu'il ne possède ni adresse mail ni équipement individuel est égale à 25%.

4. Affirmation

Au moins $\frac{1}{5}$ des élèves ayant un équipement individuel possèdent également une adresse mail.

Solution :

1. 50 élèves du collège possèdent une adresse mail et un équipement individuel sur 400 élèves au total. Cela correspond à une proportion de $\frac{50}{400} = \frac{12,5}{100} = 12,5\ \% \neq 50\ \%$.

L'affirmation est fausse.

2. 310 élèves du collège ne possèdent pas d'adresse mail. $310 > 200$, la moitié de 400.

L'affirmation est vraie.

3. 100 élèves du collège ne possèdent ni d'adresse mail ni d'équipement individuel sur 400 élèves au total. Cela correspond à une proportion de $\frac{100}{400} = \frac{25}{100} = 25\ \%$. Si on choisit un élève au hasard parmi les élèves du collège, avec l'hypothèse d'équiprobabilité, la probabilité qu'il ne possède ni adresse mail ni équipement individuel est égale à 25%.

L'affirmation est vraie.

4. 260 élèves possèdent un équipement individuel. Parmi ceux-ci, 50 ont une adresse mail. La proportion d'élèves ayant une adresse mail parmi les élèves ayant un équipement individuel est $\frac{50}{260} = \frac{5}{26}$ et $\frac{5}{26} < \frac{5}{25}$. Comme $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$, $\frac{50}{260} < \frac{1}{5}$.

L'affirmation est fausse.

Exercice 7.

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Les questions 1 *et* 2 *sont indépendantes.*

1. Afin de lutter contre le dopage dans le sport, un test a été mis en place.
En principe, ce test est POSITIF lorsque le sportif est dopé, et NÉGATIF lorsqu'il n'est pas dopé. Toutefois, ce test peut commettre des erreurs : il peut être positif lorsque le sportif n'est pas dopé, et négatif lorsque le sportif est dopé.
Le tableau ci-dessous donne les résultats recueillis auprès de 200 coureurs ayant participé à un marathon.

	Coureur non dopé	Coureur dopé	Total
Test positif	15	5	20
Test négatif	178	2	180
Total	193	7	200

a. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.
Affirmation 1 : La probabilité que le coureur ne soit pas dopé ou soit testé positif est égale à $\frac{213}{200}$.

b. On choisit un coureur au hasard parmi ceux ayant eu un test positif.
Affirmation 2 : Il y a 75% de chances que le coureur ne soit pas dopé.

c. On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.
Affirmation 3 : La probabilité que le coureur soit concerné par une erreur de test est égale à 8,5 %.

2. Au tennis, un SERVICE peut être réussi ou manqué. Une joueuse de tennis s'entraîne à faire des services. On admet que :

— la probabilité que son service soit réussi est égale à 0,9.
— les services sont indépendants les uns des autres.

La joueuse fait deux services.
Affirmation 4 : La probabilité qu'exactement un service soit réussi sur les deux est égale à 0,09 .

Corrigé

1. **a.** L'affirmation est fausse puisque la probabilité est supérieure à 1.
b. Il y a 15 positifs non dopés sur 20 positifs, soit une probabilité de $\frac{15}{20} = \frac{3\times5}{4\times5} = \frac{3\times5\times5}{4\times5\times5} = \frac{75}{100}$: affirmation exacte.
c. IL y a 15 positifs non dopés et 2 négatifs et dopés : il y a donc en tout 15 + 2 erreurs, soit une proportion de $\frac{17}{200} = \frac{8,5}{100} = 8,5\,\%$: affirmation exacte.

2. • la probabilité de réussir les deux services est égale à $0,9\times0,9 = 0,81$;
• la probabilité de rater les deux services est égale à $0,1\times0,1 = 0,01$.
Conclusion : la probabilité de réussir un seul service est donc
$1-(0,81+0,01) = 1-0,82 = 0,18$: l'affirmation est fausse.

Exercice 8.

Un club d'escalade propose à ses 100 adhérents deux séances par semaine : lundi, jeudi. À chacune des séances, chaque adhérent est libre de venir ou pas.
Le tableau ci-dessous récapitule les choix des adhérents une semaine donnée.

	Présent le JEUDI	Absent le JEUDI	Total
Présent le LUNDI	45	x	75
Absent le LUNDI	20	5	25
Total	65	35	100

Exemple : le tableau montre que 45 adhérents sont venus lundi et jeudi.

1. Décrire par une phrase ce que représente le nombre x et déterminer sa valeur.
2. On choisit un adhérent au hasard.
   - **a.** Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un adhérent qui n'est venu ni le lundi ni le jeudi ?
   - **b.** Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un adhérent qui n'est venu qu'un seul jour ?
   - **c.** On sait à présent que l'adhérent choisi est venu le lundi. Quelle est la probabilité qu'il soit également venu le jeudi ?
3. Chacun des adhérents verse au club une cotisation annuelle de 100 euros.
   - **a.** En 2026, le club compte 100 adhérents.
     Quel est le montant total des cotisations versées au club en 2026 ?
   - **b.** On suppose que, de 2026 (inclus) à 2041 (inclus) le montant de la cotisation reste stable, mais que le nombre d'adhérents augmente régulièrement de 5 unités chaque année. Ainsi, en 2026, il y a 100 adhérents, en 2027, il y a 105 adhérents, en 2028, il y a 110 adhérents, en 2029, il y a 115 adhérents, etc.
     Quel sera le montant total des cotisations versées au club entre 2026 et 2041 ?

Indication : on pourra utiliser la formule ci-dessous :

$$a+(a+r)+(a+2r)+(a+3r)+\cdots+(a+nr)=\frac{2a+nr}{2}\times(n+1)$$

Corrigé

1. x représente les membres présents le lundi et absents le jeudi ;
   Avec la ligne 1 : comme $45+x=75$, on a donc $x=75-45=30$.
   Avec la colonne 2 : comme $x+5=35$, on a donc $x=35-5=30$.
2. **a.** 5 adhérents ne sont venus ni le lundi ni le jeudi ; la probabilité est égale à $\frac{5}{100}=0,05$.
   b. Il y a 30 personnes présentes le lundi et absentes le jeudi et 20 personnes présentes le jeudi (donc différentes des 30 personnes précédentes) et absentes le lundi, soit en tout 50 personnes venues un seul jour ; la probabilité est égale à $\frac{50}{100}=0,5$.

c. Sur les 75 adhérents venus le lundi, 45 sont venus le jeudi; la probabilité est égale à $\frac{45}{75} = \frac{3 \times 15}{3 \times 25} = \frac{15}{25} = \frac{15 \times 4}{25 \times 4} = \frac{60}{100} = 0,6$.

3. **a.** 100 adhérents versent 100 € soit en tout $100 \times 100 = 10\,000$ (€).

b. De 2026 à 2041 il y aura 15 augmentations. Chaque année il y aura 5 adhérents de plus donc $5 \times 100 = 500$ € versés en plus au club.

En prenant la formule donnée avec $a = 100$ et $r = 5$ le nombre total de cotisations payées de 2026 à 2041 est égal à :

$$\frac{2 \times 100 + 15 \times 5}{2} \times (15 + 1) = 8 \times (200 + 75) = 8 \times 275 = 2\,200.$$

La somme totale versée au club sera : $2\,200 \times 100 = 220\,000$ (€).