Corrigé
Statistiques à deux variables

Représenter un nuage de points et déterminer le point moyen

Exercice 1.

Le tableau donne la population d'une commune (en milliers d'habitants) selon le rang x_i de l'année ($x_i = 0$ pour 2020).

Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Population y_i	52	55	59	61	66	68

1. Représenter le nuage de points (unités : 2 cm pour une année ; 1 cm pour 2 milliers d'habitants, en commençant à 50).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer.
3. Un ajustement affine semble-t-il justifié ?

1. Points $(0;52)$, $(1;55)$, …, $(5;68)$.
2. $\overline{x} = 2,5$ et $\overline{y} = \frac{361}{6} \approx 60,17$: $G(2,5;60,17)$.
3. Oui, les points sont presque alignés.

Exercice 2.

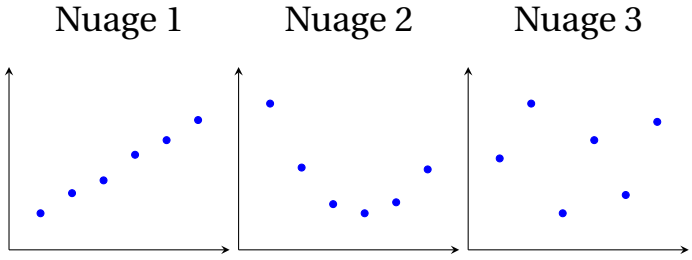
Calculer les coordonnées du point moyen de la série suivante (prix d'un article x_i en euros, nombre d'articles vendus y_i).

x_i	10	15	20	25	30	35
y_i	450	420	370	340	300	260

$\overline{x} = 22,5$; $\overline{y} = \frac{2140}{6} \approx 356,7$.

Exercice 3.

Pour chacun des nuages suivants, dire si un ajustement affine est pertinent.



Nuage 1 : oui (points presque alignés). Nuage 2 : non (forme de parabole). Nuage 3 : non (points dispersés).

Déterminer une droite d'ajustement

Exercice 4.

On reprend l'exercice 1.

1. Déterminer l'équation de la droite D passant par G et par le point $A(0;52)$ (coefficients arrondis au centième).
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au centième).
3. Vérifier que cette droite passe (aux arrondis près) par le point G.

1. $a = \frac{60,17-52}{2,5} \approx 3,27$, $b = 52$: $y = 3,27x + 52$.
2. $y \approx 3,29x + 51,95$.
3. $3,29 \times 2,5 + 51,95 \approx 60,18 \approx \overline{y}$.

Exercice 5.

On reprend l'exercice 2. Déterminer à la calculatrice une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au centième). Tracer cette droite sur le nuage.

$y \approx -7,66x + 528,95$.

Utiliser un ajustement pour faire une prévision

Exercice 6.

On reprend l'exercice 1 avec l'ajustement $y = 3,29x + 51,95$.

1. Estimer la population en 2027.
2. En quelle année la population devrait-elle dépasser 80 000 habitants ?

1. $x = 7$: $y \approx 74,98$, soit environ 75 000 habitants.
2. $3,29x + 51,95 > 80 \iff x > 8,53$: rang 9, soit en 2029.

Exercice 7.

On reprend l'exercice 2 avec l'ajustement $y = -7,66x + 528,95$.

1. Combien d'articles peut-on prévoir de vendre au prix de 28 € ?
2. Le chiffre d'affaires est $R(x) = x \times y$. Exprimer $R(x)$ en fonction de x, puis déterminer le prix qui rend le chiffre d'affaires maximal (on utilisera l'abscisse du sommet d'une parabole).

1. $y \approx 314$ articles.
2. $R(x) = -7,66x^2 + 528,95x$: maximum en $x = \frac{528,95}{2\times 7,66} \approx 34,53$ €.

Exercice 8. [Tableur]

Une feuille de calcul contient les x_i dans les cellules B1 à G1 et les y_i dans B2 à G2. Quelles formules permettent d'obtenir $\overline{x}$ et $\overline{y}$? Et les coefficients a et b de la droite des moindres carrés ?
=MOYENNE(B1:G1) et =MOYENNE(B2:G2) ; =PENTE(B2:G2;B1:G1) et =ORDONNEE.ORIGINE(B2:G2;B1:G1).