Corrigé
Suites arithmétiques et géométriques

Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique

Exercice 1.

Les nombres suivants sont-ils des termes consécutifs d'une suite arithmétique? géométrique? Préciser la raison.

1. 5 ; 12 ; 19 ; 26

2. 3 ; 6 ; 12 ; 24

3. 100 ; 90 ; 81 ; 72,9

4. 2 ; 5 ; 9 ; 14

1. Arithmétique, $r = 7$. 2. Géométrique, $q = 2$. 3. Géométrique, $q = 0,9$. 4. Ni l'un ni l'autre.

Exercice 2.

Dans chaque cas, préciser si la situation est modélisée par une suite arithmétique ou géométrique, donner le premier terme et la raison.

1. Un abonnement coûte 25 € en 2026 et augmente de 2 € par an.

2. Une population de 5 000 insectes augmente de 8 % par semaine.

3. Le prix d'un téléphone de 800 € baisse de 10 % chaque année.

4. Un réservoir de 1 000 L perd 35 L par jour.

1. Arithmétique, $u_0 = 25$, $r = 2$. 2. Géométrique, 5 000, $q = 1,08$. 3. Géométrique, 800, $q = 0,9$. 4. Arithmétique, 1 000, $r = -35$.

Calculer des termes avec la relation de récurrence

Exercice 3.

1. (u_n) est arithmétique, $u_0 = 12$ et $r = -3$. Calculer u_1, u_2, u_3.
2. (v_n) est géométrique, $v_0 = 40$ et $q = 1,5$. Calculer v_1, v_2, v_3.
3. Compléter la fonction Python suivante pour qu'elle renvoie v_n. Que renvoie `v(3)` ?

1. 9 ; 6 ; 3. 2. 60 ; 90 ; 135.
3. On multiplie par $q = 1,5$ à chaque étape :

```
def v(n):
    v = 40
    for i in range(n):
        v = 1.5 * v
    return v
```

`v(3)` renvoie 135, c'est-à-dire v_3.

Expliciter le terme de rang n

Exercice 4.

Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer le terme demandé.

1. (u_n) arithmétique, $u_0 = 7$, $r = 4$: calculer u_{25}.
2. (u_n) géométrique, $u_0 = 3$, $q = 2$: calculer u_{10}.
3. (u_n) arithmétique, $u_1 = 50$, $r = -2,5$: calculer u_{20}.
4. (u_n) géométrique, $u_0 = 2\,000$, $q = 0,95$: calculer u_{12} (arrondir à l'unité).

1. $u_n = 7 + 4n$, $u_{25} = 107$. 2. $u_n = 3 \times 2^n$, $u_{10} = 3\,072$. 3. $u_n = 50 - 2,5(n-1)$, $u_{20} = 2,5$.
4. $u_n = 2\,000 \times 0,95^n$, $u_{12} \approx 1\,081$.

Exercice 5.

(u_n) est arithmétique avec $u_3 = 11$ et $u_8 = 26$. Déterminer la raison et u_0.

$5r = 15$, $r = 3$, $u_0 = 11 - 9 = 2$.

Étudier le sens de variation et représenter

Exercice 6.

Donner le sens de variation de chaque suite.

1. $u_n = 10 - 3n$
2. $v_n = 4 \times 1,2^n$
3. $w_n = 500 \times 0,7^n$
4. $u_{n+1} = u_n + 0,5$

1. Décroissante ($r = -3$). 2. Croissante ($q > 1$). 3. Décroissante ($0 < q < 1$). 4. Croissante ($r > 0$).

Exercice 7.

Représenter graphiquement les 6 premiers termes des suites $u_n = 2 + 1,5n$ et $v_n = 2 \times 1,5^n$. Laquelle a une croissance linéaire ?

u : 2 ; 3,5 ; 5 ; 6,5 ; 8 ; 9,5 (points alignés, croissance linéaire). v : 2 ; 3 ; 4,5 ; 6,75 ; 10,125 ; 15,1875.

Modéliser une situation

Exercice 8. [Salaires]

On propose à Sarah deux contrats. Contrat A : 1 800 € par mois la première année, puis une augmentation de 60 € par an. Contrat B : 1 750 € par mois la première année, puis une augmentation de 3 % par an. On note a_n et b_n les salaires mensuels l'année n (a_0 et b_0 la première année).

1. Exprimer a_n et b_n en fonction de n.
2. Calculer les salaires de la 6e année ($n = 5$).
3. À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, déterminer à partir de quelle année le contrat B devient plus intéressant.
4. On souhaite retrouver ce résultat avec l'algorithme suivant. Compléter les pointillés. Quelle valeur est affichée ?

1. $a_n = 1\,800 + 60n$; $b_n = 1\,750 \times 1,03^n$.
2. $a_5 = 2\,100$; $b_5 \approx 2\,028,73$.
3. $a_{10} = 2\,400$, $b_{10} \approx 2\,351,85$; $a_{11} = 2\,460$, $b_{11} \approx 2\,422,41$; $a_{12} = 2\,520$, $b_{12} \approx 2\,495,08$; $a_{13} = 2\,580$, $b_{13} \approx 2\,569,93$; $a_{14} = 2\,640$, $b_{14} \approx 2\,647,03$: à partir de $n = 14$ (la 15e année).

4. Tant que le contrat B ne dépasse pas le contrat A, on passe à l'année suivante :

```
a = 1800
b = 1750
n = 0
while b <= a:
    n = n + 1
    a = a + 60
    b = 1.03 * b
print(n)
```

L'algorithme affiche 14 : on retrouve le résultat précédent.

Exercice 9. [Tableur]

Une population de 12 000 habitants diminue de 2 % par an. Dans une feuille de calcul, on saisit l'année 0 en A2 et 12000 en B2.

1. Quelle formule saisir en B3 pour obtenir la population l'année suivante par recopie vers le bas ?
2. Quelle sera la population au bout de 15 ans ?
3. Compléter l'algorithme suivant pour qu'il affiche le nombre d'années au bout duquel la population devient inférieure à 10 000 habitants. Quelle valeur est affichée ?

1. `=B2*0,98`.
2. $12\,000 \times 0{,}98^{15} \approx 8\,863$ habitants.
3. Diminuer de 2 % revient à multiplier par 0,98 :

```
p = 12000
n = 0
while p >= 10000:
    n = n + 1
    p = 0.98 * p
print(n)
```

L'algorithme affiche 10 : $p_9 \approx 10\,005$ et $p_{10} \approx 9\,805$.