

Échantillonnage

Observer la fluctuation d'échantillonnage

Exercice 1. Fluctuation d'échantillonnage

Dans une classe, 30 élèves lancent chacun 50 fois une pièce équilibrée et notent la fréquence de « Pile ». Voici quelques résultats : 0,46 ; 0,58 ; 0,50 ; 0,38 ; 0,62 ; 0,54 ; 0,44 ; 0,70.

1. Pourquoi les élèves n'obtiennent-ils pas tous la même fréquence ?
2. Combien de « Pile » a obtenu l'élève dont la fréquence est 0,38 ?
3. Calculer la moyenne et l'étendue des huit fréquences citées.
4. Calculer $\frac{1}{\sqrt{50}}$ arrondi au centième puis l'intervalle $\left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{50}} ; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{50}}\right]$.
5. Quelles fréquences parmi celles citées sont en dehors de cet intervalle ? Est-ce surprenant ?
6. Les 30 élèves regroupent leurs résultats. Combien de lancers cela représente-t-il ?
7. Ils obtiennent 768 « Pile » sur 1 500 lancers. Calculer la fréquence obtenue et expliquer pourquoi elle est plus proche de 0,5 que la plupart des fréquences individuelles.

Exercice 2. Taille de l'échantillon

On a simulé, pour différentes tailles n , 100 échantillons de lancers d'une pièce équilibrée. Le tableau indique la plus petite et la plus grande fréquence de « Pile » obtenues.

n	25	100	400	2 500
Fréquence minimale	0,28	0,39	0,44	0,478
Fréquence maximale	0,72	0,62	0,55	0,524

1. Calculer l'étendue des fréquences pour chaque taille d'échantillon.
2. Comment évolue la fluctuation lorsque n augmente ?
3. Calculer $\frac{2}{\sqrt{n}}$ pour chaque valeur de n et comparer avec les étendues.
4. Par combien faut-il multiplier n pour diviser l'amplitude de l'intervalle par 5 ?

Déterminer un intervalle de fluctuation et prendre une décision

Exercice 3. Intervalle de fluctuation

Pour chaque situation, déterminer l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

1. $p = 0,3$ et $n = 100$.
2. $p = 0,5$ et $n = 2\,500$.
3. $p = 0,12$ et $n = 400$.
4. $p = 0,65$ et $n = 900$ (arrondir au millième).
5. $p = 0,25$ et $n = 64$.
6. Que se passe-t-il quand la taille n de l'échantillon est multipliée par 4?
7. Quelle taille d'échantillon faut-il pour que l'intervalle ait une amplitude de 0,05?

Exercice 4. Prise de décision

1. Un fabricant affirme que 8 % de ses ampoules sont défectueuses. Sur un lot de 625 ampoules, on en trouve 70 défectueuses. Le lot est-il conforme à l'affirmation du fabricant?
2. À partir de combien d'ampoules défectueuses sur ce lot de 625 aurait-on remis en cause l'affirmation?
3. Dans une commune, on a observé 1 080 naissances de garçons sur 2 000 naissances. La probabilité qu'un nouveau-né soit un garçon est environ 0,512. Cette commune est-elle atypique?
4. On lance 900 fois un dé et on obtient 180 fois le 6. Peut-on penser que le dé est truqué?
5. On relance ce dé 3 600 fois et on obtient 720 fois le 6. Que peut-on conclure?
6. Dans une entreprise de 100 salariés, il y a 32 femmes alors que la population active compte 48 % de femmes. Peut-on soupçonner une discrimination à l'embauche?

Estimer une proportion

Exercice 5. Sondage

Un sondage réalisé auprès de 1 600 personnes indique que 38 % d'entre elles utilisent les transports en commun chaque jour.

1. Combien de personnes interrogées utilisent les transports en commun chaque jour?
2. Donner un intervalle dans lequel se trouve, avec une confiance de 95 %, la proportion réelle dans la population.
3. Une ville compte 250 000 habitants. Entre combien et combien d'habitants utilisent vraisemblablement les transports en commun chaque jour?
4. Combien aurait-il fallu interroger de personnes pour obtenir un intervalle d'amplitude 0,02?

Exercice 6. Deux candidats

Avant une élection, un sondage auprès de 400 électeurs donne 53 % des voix au candidat A et 47 % au candidat B.

1. Donner l'intervalle de confiance au niveau 95 % de la proportion d'électeurs votant pour A.
2. Peut-on affirmer que A sera élu?
3. Un second sondage auprès de 2 500 électeurs donne encore 53 % pour A. Que peut-on dire maintenant?
4. Quel est le nombre minimal de personnes à interroger pour que l'intervalle de confiance centré sur 0,53 ne contienne pas 0,5?

Exercice 7. Simulation en Python

On considère la fonction suivante :

```
from random import randint
def experience(n):
    compteur = 0
    for i in range(n):
        if randint(1, 6) == 6:
            compteur = compteur + 1
    return compteur / n
```

1. Que simule `randint(1, 6)` ? Que renvoie la fonction `experience(n)` ?
2. Quel est le rôle de la variable `compteur` ? Combien de fois la boucle est-elle exécutée ?
3. Autour de quelle valeur devraient se situer les résultats de `experience(10000)` ? Pourquoi ?
4. Modifier la fonction pour qu'elle simule le lancer d'une pièce et renvoie la fréquence de « Pile ».
5. Modifier la fonction pour qu'elle renvoie la fréquence des résultats pairs d'un dé.
6. Écrire une fonction `echantillons(N, n)` qui renvoie la liste des fréquences de 6 obtenues pour N échantillons de taille n .
7. Compléter cette fonction pour qu'elle renvoie la proportion d'échantillons dont la fréquence est dans l'intervalle $\left[\frac{1}{6} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; \frac{1}{6} + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$. Quelle valeur doit-on observer environ ?

Corrigé

