

Corrigé

Évolutions

Effectifs, proportions et pourcentages

Exercice 1.

Dans une bibliothèque, il y a 300 livres. 75 sont des romans.

1. $\frac{75}{300} = \frac{1}{4}$.
2. $\frac{1}{4} = 0,25$ soit 25%.
3. $300 - 75 = 225$ livres.
4. $\frac{225}{300} = \frac{3}{4} = 0,75$ soit 75%.

Exercice 2.

Un centre propose 400 activités, dont 35 % sont des ateliers créatifs.

1. Posons c , le nombre d'ateliers créatifs. On sait que la proportion est de 35%.
Ainsi $\frac{c}{400} = 35\% = \frac{35}{100}$. On conclut avec un produit en croix : $c = \frac{400 \times 35}{100} = 140$ ateliers créatifs.
2. $400 - 140 = 260$ activités qui ne sont pas des ateliers créatifs.
3. Si 35 % sont des ateliers créatifs alors 65 % sont des ateliers non créatifs.

Exercice 3.

Une salle contient 600 objets. 20 % de ces objets sont en métal. Parmi les objets en métal, 30 % sont des sculptures.

1. Le nombre de sculptures en métal correspond à 30 % de 20 % de 600, c'est à dire $\frac{30}{100} \times \frac{20}{100} \times 600 = 36$ objets.
2. $\frac{36}{600} = 0,06$ soit 6%.

Exercice 4.

Un fichier contient 240 documents. 25 % de ces documents datent d'avant 2000. Parmi les documents datant d'avant 2000, 60 % sont des rapports. Parmi les documents postérieurs ou égaux à 2000, il y a 30 rapports.

1. $\frac{25}{100} \times 240 = 60$ documents datent d'avant 2000.
2. $\frac{60}{100} \times 60 = 36$ rapports datent d'avant 2000.

3. $\frac{36}{240} = 0,15$ soit 15%.

4. On a déjà vu que 36 rapports datent d'avant 2000. De plus l'énoncé dit que 30 rapports datent d'après 2000. Il y a donc au total 66 documents qui sont des rapports.

5. $\frac{66}{240} = 0,275$ soit 27,5%.

Corrigé

Taux d'évolution

Variation absolue et relative

Exercice 5.

Le nombre d'élèves inscrits à un club est passé de 120 en 2023 à 144 en 2024.

1. Le nombre d'inscrits supplémentaires entre 2023 et 2024 est donné par la différence :

$$144 - 120 = 24$$

Il y a donc 24 inscrits supplémentaires.

2. Le taux d'évolution de l'effectif en 2024 par rapport à 2023 se calcule par la formule :

$$\text{Taux d'évolution} = \frac{144 - 120}{120} = \frac{24}{120} = 0,2 = 20\%$$

3. La variation absolue est la différence entre les deux valeurs, soit 24. La variation relative, exprimée en pourcentage, est le taux d'évolution calculé précédemment, soit 20%.

Exercice 6.

Un article coûtait 35 € en janvier. Son prix est passé à 42 € en juillet.

1. La variation absolue du prix entre janvier et juillet est :

$$42 - 35 = 7 \text{ €}$$

2. La variation relative du prix se calcule ainsi :

$$\frac{42 - 35}{35} = \frac{7}{35} = 0,2 = 20\%$$

Exercice 7.

En 2022, une association a récolté 450 kg de denrées. En 2023, elle en récolte 20% de moins.

1. La variation absolue de la quantité récoltée est :

$$-20\% \times 450 = -0,20 \times 450 = -90 \text{ kg}$$

2. La quantité récoltée en 2023 est donc :

$$450 - 90 = 360 \text{ kg}$$

3. Entre 2022 et 2024, la récolte passe de 450 kg à 486 kg. Le taux d'évolution global est :

$$\frac{486 - 450}{450} = \frac{36}{450} = 0,08 = 8\%$$

Exercice 8.

La fréquentation d'un musée est passée de 8000 à 10000 visiteurs entre 2023 et 2024.

1. La variation absolue du nombre de visiteurs est :

$$10000 - 8000 = 2000$$

2. Le taux d'évolution entre 2023 et 2024 est :

$$\frac{10000 - 8000}{8000} = \frac{2000}{8000} = 0,25 = 25\%$$

3. En 2025, si la fréquentation augmente de 2000 visiteurs supplémentaires, elle devient :

$$10000 + 2000 = 12000$$

Le taux d'évolution entre 2024 et 2025 est donc :

$$\frac{12000 - 10000}{10000} = \frac{2000}{10000} = 0,2 = 20\%$$

Corrigé

Taux d'évolution

Taux d'évolution global et taux d'évolution réciproque

Exercice 9.

Une action en bourse vaut 100 € en janvier 2024. Elle augmente de 10 % en février puis de 10 % en mars.

1. Le taux d'évolution global entre janvier et mars 2024 se calcule en multipliant les coefficients multiplicateurs successifs :

$$(1 + 0,10) \times (1 + 0,10) = 1,1 \times 1,1 = 1,21$$

Ce qui correspond à un taux d'évolution global de 21 %.

En effet : $(1,21 - 1) \times 100 = 21$.

2. La valeur de l'action en mars 2024 vaut :

$$100 \times 1,21 = 121 \text{ €}$$

3. En continuant d'augmenter de 10% par mois, la valeur en janvier 2026, soit 24 mois plus tard, est :

$$100 \times 1,1^{24} \approx 984,97 \text{ €}$$

Exercice 10.

Une boutique augmente le prix d'un article de 25 % en juin, puis le baisse de 10 % en juillet.

1. Le taux d'évolution global entre mai (avant évolution) et juillet est donné par la multiplication des coefficients multiplicateurs :

$$1,25 \times 0,9 = 1,125$$

Ce qui correspond à une augmentation globale de 12,5 %.

En effet : $(1,125 - 1) \times 100 = 12,5$.

2. Pour compenser la hausse de 25 % en juin, il faudrait une baisse x telle que :

$$1,25 \times (1 + x) = 1 \implies 1 + x = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

Donc, $x = -0,2 = -20\%$. Il fallait donc baisser de 20 %.

Exercice 11.

Un produit coûte 48 € après une augmentation de 20 % par rapport au prix initial.

1. Le prix initial P vérifie :

$$P \times 1,20 = 48 \implies P = \frac{48}{1,20} = 40 \text{ €}$$

2. Le taux d'évolution réciproque de cette augmentation de 20% est le taux t tel que :

$$(1 + 0,20)(1 + t) = 1 \implies 1 + t = \frac{1}{1,20} = 0,8333$$

Donc, le taux réciproque est $-16,67\%$.

3. Pour revenir au prix initial à partir de 48 €, il faut appliquer une baisse de 16,67 %.

Exercice 12.

Le nombre de visiteurs d'un parc est passé de 12 000 à 9 000 visiteurs en un an.

1. Le taux d'évolution est :

$$\frac{9000 - 12000}{12000} = -0,25 = -25\%$$

2. Le taux d'évolution réciproque t pour revenir à 12 000 visiteurs depuis 9 000 est donné par :

$$9000 \times (1 + t) = 12000 \implies 1 + t = \frac{12000}{9000} = \frac{4}{3} \approx 1,3333$$

Ainsi, $t = 0,3333 = 33,33\%$.

Exercice 13.

1. Avec une augmentation de 5 % par an pendant 20 ans, le taux d'évolution global est :

$$(1 + 0,05)^{20} - 1 = 1,05^{20} - 1 \approx 2,6533 - 1 = 1,6533 = 165,33\%$$

2. Avec une baisse de 10 % par an pendant 20 ans, le taux d'évolution global est :

$$(1 - 0,10)^{20} - 1 = 0,9^{20} - 1 \approx 0,1216 - 1 = -0,8784 = -87,84\%$$

3. Avec une hausse de 15% par an pendant 20 ans, le taux d'évolution global est :

$$1,15^{20} - 1 \approx 16,3665 - 1 = 15,3665 = 1536,65\%$$

4. Avec une baisse de 50% par an pendant 20 ans, le taux d'évolution global est :

$$0,5^{20} - 1 \approx 9,54 \times 10^{-7} - 1 \approx -0,999999 = -99,9999\%$$

5. Avec une hausse de 80% par an pendant 20 ans, le taux d'évolution global est :

$$1,8^{20} - 1 \approx 127482,36 - 1 = 127481,36 \approx 12748136\%$$

6. Pour une évolution composée : 10% par an pendant 10 ans, puis 50% par an pendant 5 ans, puis 80% par an pendant 3 ans, puis baisse de 90% par an pendant 2 ans, le coefficient multiplicateur global est :

$$1,1^{10} \times 1,5^5 \times 1,8^3 \times 0,1^2 \approx 1,1487$$

Le taux global est donc environ $1,1487 - 1 = 0,1487 = 14,87\%$.

Exercice 14.

1. Pour appliquer une hausse de 10 %, on multiplie par :

$$1 + 0,10 = 1,1$$

2. L'évolution réciproque d'une hausse de 10% est une baisse d'environ 9,09% qui correspond à multiplier par $\frac{1}{1,1} \approx 0,909$.
3. Pour appliquer cette évolution réciproque, on multiplie par environ 0,909.
4. Complétons le tableau :

Évolution	Coefficient multiplicateur	Évolution réciproque	Coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque
+10%	1.10	-9,09%	0.909
+80%	1.80	-44,44%	0.556
-15%	0.85	+17,65%	1.176
-91%	0.09	+1011,11%	11.111
+50%	1.50	-33,33%	0.667
-5%	0.95	+5,26%	1.053
+8%	1.08	-7,41%	0.926
+30%	1.30	-23,08%	0.769