

Probabilités

Exercice 1.

On lance un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6.

1. L'univers est $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2. Les nombres pairs sont 2, 4 et 6, donc $P(\text{pair}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

3. Les nombres strictement supérieurs à 4 sont 5 et 6, donc $P(> 4) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

4. Les issues sont 2 et 5, donc $P(2 \text{ ou } 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

5. Le complémentaire de « obtenir un nombre impair » est « obtenir un nombre pair ».

On considère :

- A : « obtenir un nombre pair » ;
- B : « obtenir un multiple de 3 ».

6. $A = \{2, 4, 6\}$; $B = \{3, 6\}$.

7. $A \cap B = \{6\}$.

8. $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$.

9. Le complémentaire de A est $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$.

10. $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $P(\bar{A}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Exercice 2.

On lance une pièce équilibrée deux fois de suite.

1. Arbre : au premier lancer deux branches (P et F), puis de chacune repartent deux branches (P et F), soit 4 chemins équiprobables.

Tableau à double entrée :

1 ^{er} \ 2 ^e	P	F
P	PP	PF
F	FP	FF

2. L'univers est $\Omega = \{PP, PF, FP, FF\}$.

3. Les issues avec exactement une fois Pile sont PF et FP, donc $P(\text{exactement une fois Pile}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

4. L'unique issue avec deux fois Face est FF, donc $P(FF) = \frac{1}{4}$.

5. Les issues avec au moins un Pile sont PP, PF, FP, donc $P(\text{au moins un Pile}) = \frac{3}{4}$.

On lance trois fois de suite.

6. Il y a $2^3 = 8$ issues possibles.

7. L'unique issue avec trois fois Pile est PPP, donc $P(\text{PPP}) = \frac{1}{8}$.

8. Au moins une fois Face est le complémentaire de « trois fois Pile », donc $P(\text{au moins une Face}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

9. Les issues avec exactement deux fois Pile sont PPF, PFP, FPP, donc $P(\text{exactement deux fois Pile}) = \frac{3}{8}$.

Exercice 3.

Dans une classe, 40 élèves utilisent un stylo bleu, noir, rouge ou vert.

Couleur	Bleu	Noir	Rouge	Vert
1. Fréquence	$\frac{18}{40} = 0,45$	$\frac{12}{40} = 0,3$	$\frac{6}{40} = 0,15$	$\frac{4}{40} = 0,1$

2. $P(\text{bleu}) = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} = 0,45$.

3. $P(\text{bleu ou noir}) = \frac{18+12}{40} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$.

4. $P(\text{ni bleu ni noir}) = \frac{6+4}{40} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.

Exercice 4.

On lance un dé à douze faces numérotées de 1 à 12.

1. $A = \{3, 6, 9, 12\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$, $C = \{6\}$.

2. $A \cap B = \{6, 12\}$, $A \cap C = \{6\}$, $B \cap C = \{6\}$.

3. $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$, $A \cup C = \{3, 6, 9, 12\}$, $B \cup C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.

4. • $P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{12}$;
 • $P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, $P(A \cap C) = \frac{1}{12}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{12}$;
 • $P(A \cup B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $P(A \cup C) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $P(B \cup C) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

$$5. P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Exercice 5.

1. L'univers est « rouge, bleu, vert ».

$$2. P(\text{rouge}) = \frac{4}{9}.$$

$$3. P(\text{non rouge}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}.$$

$$4. P(\text{rouge ou bleue}) = \frac{4+3}{9} = \frac{7}{9}.$$

5. Le complémentaire de « rouge » est « non rouge » (bleue ou verte) ; le complémentaire de « bleue » est « non bleue » (rouge ou verte).

On tire deux boules, sans remise, successivement.

6. L'univers est l'ensemble des couples de deux boules différentes, en tenant compte de l'ordre : RR, RB, RV, BR, BB, BV, VR, VB, VV.

Toutes ces issues ne sont pas équiprobables.

7. Les issues avec exactement une rouge sont : R puis B, R puis V, B puis R, V puis R.

$$\frac{4 \times (3+2) + (3+2) \times 4}{9 \times 8} = \frac{4 \times 5 + 5 \times 4}{72} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}.$$

8. « Exactement une non rouge » revient à « exactement une rouge » (comme ci-dessus), donc $P = \frac{5}{9}$.

$$9. P(\text{au moins une rouge}) = 1 - P(\text{aucune rouge}) = 1 - \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = 1 - \frac{20}{72} = \frac{52}{72} = \frac{13}{18}.$$

Exercice 6.

1. Incompatibles et contraires.

2. Aucun des deux.

3. Aucun des deux.

4. Incompatibles, mais pas contraires.

5. Incompatibles et contraires.

6. Incompatibles, mais pas contraires.

7. Aucun des deux.

8. Aucun des deux.

9. Aucun des deux.