Succession d'épreuves et loi binomiale

Modéliser une succession d'épreuves

Exercice 1.

On lance trois fois une pièce truquée pour laquelle $P(\text{Pile}) = 0,6$. Les lancers sont indépendants.

1. Calculer la probabilité d'obtenir « Pile, Face, Pile » dans cet ordre.
2. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux Pile.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un Face.

Exercice 2.

Un code est formé d'une lettre (parmi 26) suivie d'un chiffre (parmi 10), choisis au hasard et indépendamment. Quelle est la probabilité que le code soit « une voyelle suivie d'un chiffre pair » ? (On compte 6 voyelles.)

Utiliser les coefficients binomiaux

Exercice 3.

1. Construire le triangle de Pascal jusqu'à $n = 7$.
2. En déduire $\binom{7}{3}$, $\binom{7}{5}$ et $\binom{6}{2} + \binom{6}{3}$.
3. Donner sans calcul $\binom{20}{1}$, $\binom{20}{19}$ et $\binom{20}{20}$.

Calculer avec la loi binomiale

Exercice 4.

X suit la loi $\mathscr{B}(8\,;\,0,3)$. Calculer à 10^{-3} près :

1. $P(X=2)$
2. $P(X=0)$
3. $P(X \geqslant 1)$
4. $P(X \leqslant 2)$
5. $P(X>3)$
6. $P(2 \leqslant X \leqslant 4)$

Calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 5. [Contrôle qualité]

Une machine produit des pièces dont 4 % sont défectueuses. On prélève 50 pièces ; la production est assez grande pour assimiler le prélèvement à des tirages avec remise. On note X le nombre de pièces défectueuses.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer $P(X=0)$, puis la probabilité d'avoir au plus 3 pièces défectueuses.
3. Calculer $E(X)$ et interpréter.

Exercice 6.

On lance n fois un dé équilibré. Combien de lancers faut-il au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins un 6 dépasse 0,99 ?

Exercice 7. [Intervalle]

X suit la loi $\mathscr{B}(100\,;\,0,5)$. Le tableau donne quelques valeurs de $P(X \leqslant k)$ arrondies.

k	38	39	40	59	60	61
$P(X \leqslant k)$	0,0105	0,0176	0,0284	0,9716	0,9824	0,9895

1. Déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0,025$ et le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0,975$.
2. En déduire un intervalle I tel que $P(X \in I) \geqslant 0,95$.
3. On lance 100 fois une pièce et on obtient 63 Pile. Que peut-on penser ?

Corrigé