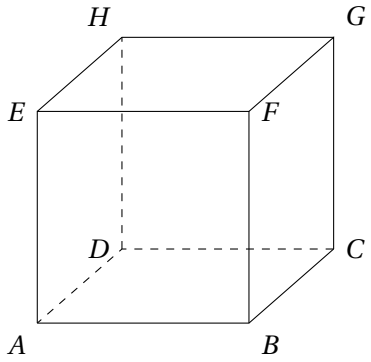
Géométrie vectorielle dans l'espace

Calculer avec des vecteurs de l'espace

Exercice 1.

$ABCDEFGH$ est un cube. Simplifier :

1. $\vec{AB} + \vec{FG}$
2. $\vec{AE} + \vec{DC} + \vec{FG}$
3. $\vec{HG} - \vec{CG} + \vec{BC}$
4. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE}$



Exercice 2.

$ABCD$ est un tétraèdre, I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$. Montrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\left(\vec{AD} + \vec{BC}\right)$.

Étudier des positions relatives

Exercice 3.

Dans le cube $ABCDEFGH$ de l'exercice 1, donner la position relative :

1. des droites (AB) et (HG) ; des droites (AE) et (BC) ; des droites (AG) et (EC) ;
2. de la droite (EG) et du plan (ABC) ; de la droite (AG) et du plan (EFG) ;
3. des plans (ABF) et (DCG) ; des plans (ABG) et (EFC).

Exercice 4. [Théorème du toit]

$SABCD$ est une pyramide de base le parallélogramme $ABCD$. Déterminer l'intersection des plans (SAB) et (SCD).

Utiliser les coordonnées

Exercice 5.

Dans un repère de l'espace, $A(1\ ;\ 2\ ;\ 0)$, $B(3\ ;\ -1\ ;\ 4)$, $C(-1\ ;\ 5\ ;\ -4)$ et $D(2\ ;\ 0\ ;\ 1)$.

1. Calculer les coordonnées de $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et du milieu I de $[BC]$.
2. Les points A, B, C sont-ils alignés ?
3. Déterminer les coordonnées du point E tel que $ABED$ soit un parallélogramme.

Exercice 6.

On donne $\vec{u}(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$, $\vec{v}(3\ ;\ 0\ ;\ 1)$ et $\vec{w}(-1\ ;\ -2\ ;\ 3)$.

1. Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.
2. Déterminer, s'ils existent, des réels a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$. Conclure.

Exercice 7.

$A(1\ ;\ 0\ ;\ 2)$, $B(2\ ;\ 1\ ;\ 0)$, $C(0\ ;\ 1\ ;\ 1)$ et $D(3\ ;\ 3\ ;\ -1)$. Les points A, B, C, D sont-ils coplanaires ?

Corrigé

