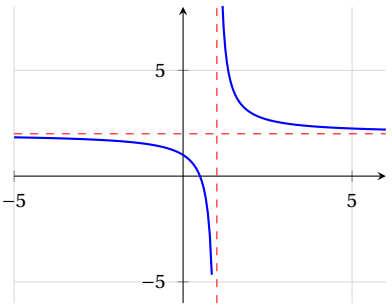
Limites de fonctions

Lire et interpréter des limites

Exercice 1.

On donne ci-contre la courbe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.



1. Conjecturer les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$, en 1^- et en 1^+.
2. En déduire les équations des asymptotes à la courbe.

Exercice 2.

Dresser l'allure d'une courbe de fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ vérifiant : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ et f croissante.

Calculer des limites par opérations

Exercice 3.

Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^2+3x-1\right)$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(2x^3-x+4\right)$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(3-\dfrac{2}{x}+e^{-x}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x}+1\right)\left(2-\dfrac{1}{x}\right)$
5. $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{1}{x-2}$
6. $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x}{x-2}$

Exercice 4.

Lever l'indétermination et calculer les limites.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^3-4x^2\right)$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2-3}{x^2+x+1}$
3. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+5}{x^2+1}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+1}{3x-2}$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)$
6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1}$

Exercice 5.

Déterminer les limites à l'aide d'une composée.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{1-x}$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\dfrac{4x+1}{x}}$
3. $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}}$

Utiliser la comparaison et les croissances comparées

Exercice 6.

1. Montrer que pour tout x, $x-1 \leqslant x+\cos x$. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} (x+\cos x)$.
2. Encadrer $\dfrac{2+\sin x}{x}$ pour $x>0$ et en déduire sa limite en $+\infty$.

Exercice 7.

Déterminer les limites.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 e^x$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(e^x - x^5\right)$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x+x}{e^x+1}$
6. $\lim\limits_{x\to-\infty} (x+1)e^x$

Exercice 8. [Refroidissement]

La température (en °C) d'un café est $T(t) = 20+60e^{-0,1t}$, t en minutes.

1. Calculer $T(0)$ et la limite de T en $+\infty$. Interpréter.
2. Montrer que T est décroissante.

Corrigé

