Fonctions trigonométriques

Utiliser le cercle trigonométrique, la parité et la périodicité

Exercice 1.

Donner la valeur exacte de : $\cos\dfrac{5\pi}{6}$; $\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$; $\cos\dfrac{7\pi}{3}$; $\sin\dfrac{11\pi}{6}$; $\cos(-3\pi)$.

Exercice 2.

Étudier la parité des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$, puis montrer que f est périodique de période π.

$$f(x)=\cos(2x) \qquad g(x)=x\sin x \qquad h(x)=\sin x\cos x$$

Dériver des fonctions trigonométriques

Exercice 3.

Calculer la dérivée des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x)=3\cos(2x)-\sin x$
2. $g(x)=\sin\left(\frac{\pi}{4}x+1\right)$
3. $h(x)=\cos^2 x$
4. $k(x)=\mathrm{e}^{-x}\cos x$

Exercice 4. [Limites]

À l'aide d'un nombre dérivé, déterminer : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(3x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x}$.

Résoudre des équations et inéquations trigonométriques

Exercice 5.

Résoudre sur l'intervalle indiqué.

1. $\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $]-\pi\,;\,\pi]$
2. $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0\,;\,2\pi[$
3. $2\cos x-1\geqslant 0$ sur $[-\pi\,;\,\pi]$
4. $\sin(2x)=0$ sur $[0\,;\,2\pi[$

Étudier une fonction trigonométrique

Exercice 6.

Soit $f(x) = \sin x\,(1+\cos x)$ sur $[0\,;\,\pi]$.

1. Montrer que $f'(x) = 2\cos^2 x + \cos x - 1 = (2\cos x - 1)(\cos x + 1)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0\,;\,\pi]$ et dresser le tableau de variations de f.
3. Quelle est la valeur maximale de f ?

Exercice 7.

On rappelle que $\sin x \leqslant x$ pour tout $x \geqslant 0$. Soit $g(x) = \cos x - 1 + \dfrac{x^2}{2}$ sur $[0\,;\,+\infty[$.

1. Calculer $g'(x)$ et montrer que g est croissante.
2. En déduire que pour tout $x \geqslant 0$, $\cos x \geqslant 1 - \dfrac{x^2}{2}$.

Corrigé

