Graphes et matrices d'adjacence

Modéliser une situation par un graphe

Exercice 1.

Cinq équipes participent à un tournoi : chaque équipe rencontre une fois chacune des autres.

1. Représenter la situation par un graphe. Quel est son ordre ? Est-il complet ?
2. Quel est le degré de chaque sommet ? En déduire le nombre de matchs.

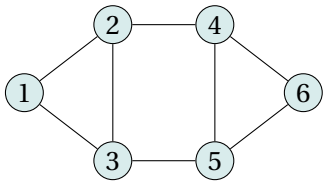
Exercice 2.

Est-il possible que, dans un groupe de 7 personnes, chacune ait serré la main d'exactement 3 autres ? Justifier à l'aide d'un graphe.

Parcourir un graphe

Exercice 3.

On considère le graphe G ci-contre.

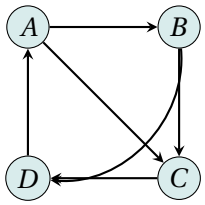


1. G est-il connexe ? Donner le degré de chaque sommet.
2. G admet-il une chaîne eulérienne ? un cycle eulérien ?
3. On ajoute une arête entre les sommets 2 et 5. Montrer qu'il existe alors une chaîne eulérienne et en donner une.

Utiliser une matrice d'adjacence

Exercice 4.

On considère le graphe orienté ci-contre, dont on range les sommets dans l'ordre A, B, C, D.



1. Écrire sa matrice d'adjacence M.
2. Calculer M^2. Combien y a-t-il de chemins de longueur 2 de A à D ? Les citer.
3. La calculatrice donne $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
   Combien de circuits de longueur 3 partent de A ? Les citer.

Corrigé