Matrices et calcul matriciel

Calculer avec des matrices

Exercice 1.

On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A+B$ et $2A-B$.
2. Calculer AB et BA. Que constate-t-on ?

Exercice 2.

Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1. Donner les tailles de C et X. Le produit XC est-il défini ? Et CX ?
2. Calculer CX. Que remarque-t-on ?

Calculer l'inverse ou une puissance d'une matrice

Exercice 3.

1. Les matrices $M = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ sont-elles inversibles ? Le cas échéant, donner l'inverse.
2. Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Vérifier que $A^2 = 3A - 2I_2$. En déduire que A est inversible et exprimer A^{-1} en fonction de A et I_2.

Exercice 4.

Soit $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer T^2 et T^3.
2. Conjecturer l'expression de T^n puis la démontrer par récurrence.

Résoudre un système linéaire avec des matrices

Exercice 5.

1. Écrire sous forme matricielle et résoudre à l'aide de M^{-1} (exercice 3) le système $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 4x+3y=2 \end{cases}$.

2. À l'aide de la calculatrice, résoudre $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+z=3 \\ x+2y-z=2 \end{cases}$.

Modéliser une situation par une matrice

Exercice 6.

On cherche une fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ dont la courbe passe par les points $(1\,;\,2)$, $(2\,;\,7)$ et $(-1\,;\,4)$.

1. Montrer que $(a\,;\,b\,;\,c)$ est solution d'un système que l'on écrira sous la forme $AX = B$.
2. Résoudre ce système à la calculatrice et donner f.

Corrigé

