

Fonctions exponentielles

Utiliser les propriétés algébriques de la fonction exponentielle

Exercice 1. Propriétés algébriques

Simplifier les expressions suivantes.

1. $e^2 \times e^5$

4. $e^x \times e^{1-x}$

7. $\frac{(e^x)^3}{e^{2x}}$

2. $\frac{e^4}{e^{-2}}$

5. $\frac{e^{2x+1}}{e^{x-1}}$

8. $e^{-x}(e^{2x} - e^x)$

3. $(e^3)^2 \times e^{-4}$

6. $(e^x + e^{-x})^2$

9. $\frac{e^x + e^{2x}}{e^x}$

Exercice 2. Équations et inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $e^{2x-1} = e^5$

5. $e^{-x} > e^3$

2. $e^{x^2} = e^4$

6. $e^{2x} \leq e^{x+4}$

3. $e^{3x} \times e^2 = 1$

7. $(x-3)e^x = 0$

4. $e^x = -2$

8. $(2-x)e^{-x} > 0$

Calculer un taux d'évolution moyen

Exercice 3. Taux d'évolution moyen

1. La consommation électrique d'un site industriel a augmenté de 4 % la première année, de 7 % la deuxième et a baissé de 2 % la troisième. Calculer le taux d'évolution annuel moyen.
2. Si ce taux moyen se maintient, quelle sera l'évolution globale sur 10 ans?
3. Le rendement d'un panneau solaire baisse de 0,5 % par an. Quel est le pourcentage de baisse au bout de 25 ans?
4. Un loyer passe de 650 € à 740 € en 6 ans. Calculer le taux annuel moyen.

Dériver une fonction comportant une exponentielle et étudier ses variations

Exercice 4. Dérivées

Calculer la dérivée des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = 3e^x - x^2$

2. $g(x) = 5e^{-0,2x}$

3. $h(x) = xe^x$

4. $k(x) = (x^2 + 1)e^{-x}$

5. $m(x) = e^{3x-1} + 4x$

6. $p(x) = (2x - 5)e^{0,5x}$

Exercice 5. Étude d'une fonction

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x - 2)e^x$.

1. Montrer que $f'(x) = (x - 1)e^x$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .
3. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ et étudier le signe de f .
6. Combien de solutions l'équation $f(x) = -1$ admet-elle? Justifier à l'aide du tableau de variations.

Déterminer des limites

Exercice 6. Limites

Déterminer les limites suivantes.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - 3e^{-x})$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + x)$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 5x)$

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x)e^{-x}$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{1 + e^x}$

8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{1 + e^x}$

9. Interpréter graphiquement les deux dernières limites.

Modéliser un phénomène par une fonction exponentielle

Exercice 7. Refroidissement d'un composant

La température (en °C) d'un composant électronique après l'arrêt d'un appareil est modélisée par $\theta(t) = 20 + 60e^{-0,1t}$, t en minutes.

1. Quelle est la température initiale?
2. Calculer $\theta'(t)$ et en déduire le sens de variation de θ .
3. Déterminer la limite de θ en $+\infty$. Interpréter.
4. À l'aide de la calculatrice, déterminer au bout de combien de minutes entières la température passe sous 30 °C.
5. Calculer la vitesse de refroidissement $\theta'(0)$ à l'instant initial, puis $\theta'(10)$. Commenter.
6. Le composant peut être manipulé sous 25 °C. Résoudre $\theta(t) < 25$ à l'aide de la calculatrice.

Corrigé

