

Intégration

Calculer une dérivée, une primitive

Exercice 1.

Calculer la dérivée de chaque fonction f ci-dessous.

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

5. $f(x) = x^4 - 2x^2$

9. $f(x) = x\sqrt{x}$

2. $f(x) = \sqrt{x}$

6. $f(x) = \sin(x) + 5\sqrt{x}$

10. $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

3. $f(x) = 2x^3 - x$

7. $f(x) = \cos(x) - \sin(x)$

11. $f(x) = 5x \cos(x)$

4. $f(x) = \frac{1}{x}$

8. $f(x) = x \sin(x)$

12. $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

Exercice 2.

Calculer une primitive de chaque fonction f ci-dessous.

1. $f(x) = 3x^2$

5. $f(x) = \cos(x)$

9. $f(x) = x^5 - 7x^3$

2. $f(x) = 4x + 5$

6. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

10. $f(x) = -x^2 + 5$

3. $f(x) = x^3 - 2x$

7. $f(x) = x^4$

11. $f(x) = (x + 1)(x + 2)$

4. $f(x) = \sin(x)$

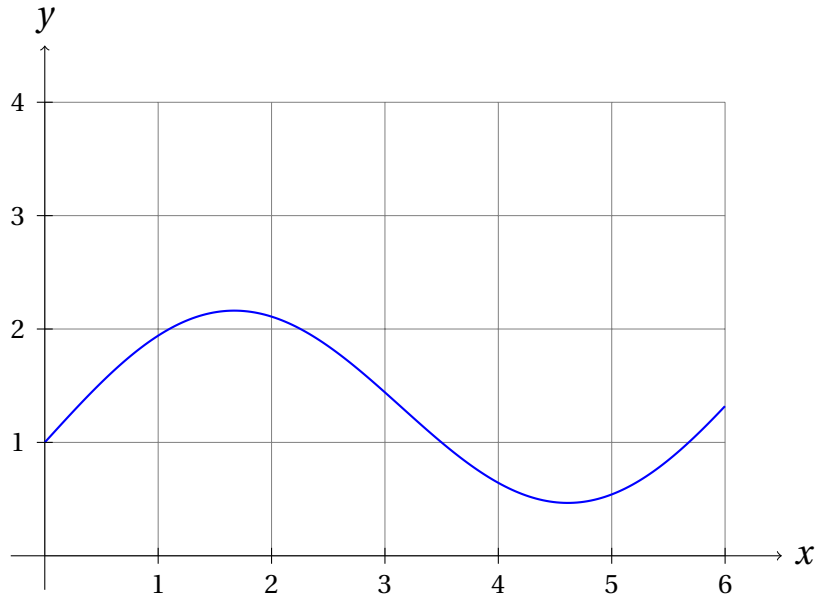
8. $f(x) = 7$

12. $f(x) = 2\sqrt{x}$

Exercice 3.

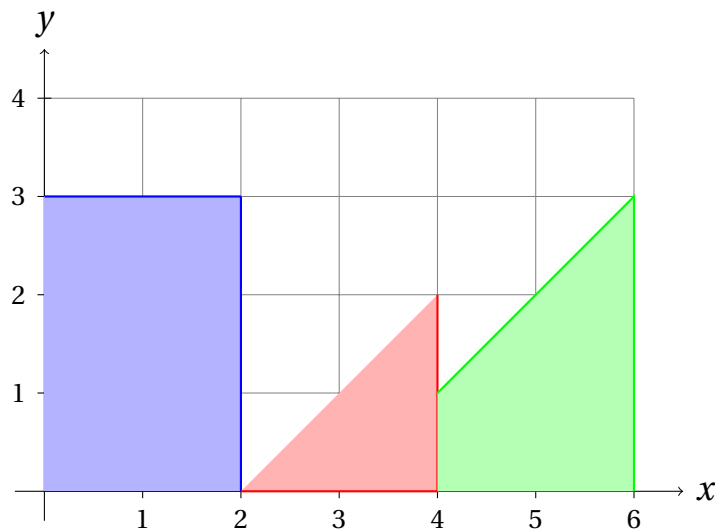
Pour chacune des fonctions f de l'exercice précédent calculer la primitive telle que $F(1) = 10$.

Exercice 4.



1. Estimer graphiquement l'intégrale de la fonction sur l'intervalle $[0, 3]$. Donner une valeur approchée et un encadrement.
2. De même estimer graphiquement l'intégrale de la fonction sur $[3, 6]$.
3. De même estimer l'intégrale sur $[0, 6]$.
4. En réalité le graphique correspond au coût d'utilisation d'un appareil, en milliers d'euros par jour. Combien a environ coûté l'utilisation de cet appareil pendant les trois premiers jours? Et pendant les trois jours suivants?

Exercice 5.



1. Calculer la valeur de l'aire dessinée sur $[0, 2]$.
2. Calculer la valeur de l'aire dessinée sur $[2, 4]$.
3. Calculer la valeur de l'aire dessinée sur $[4, 6]$.
4. En déduire la valeur de l'intégrale de cette fonction sur $[0, 6]$.

Exercice 6.

On donne pour les fonctions f , g et h les valeurs des intégrales suivantes :

$$\int_0^2 f(x) dx = 5, \quad \int_0^3 g(x) dx = 7, \quad \int_0^5 h(x) dx = 10,$$

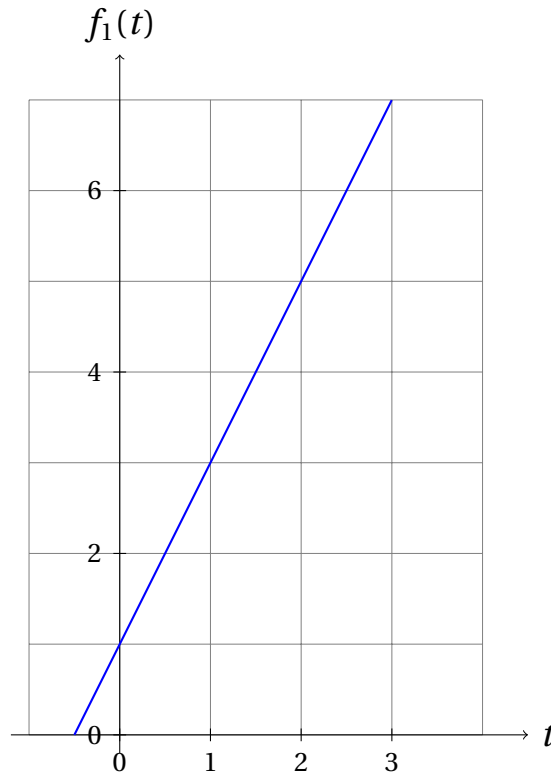
$$\int_2^5 f(x) dx = 8, \quad \int_2^5 g(x) dx = 6, \quad \int_3^5 h(x) dx = 12.$$

$$\int_2^3 f(x) dx = 1, \quad \int_3^5 g(x) dx = 4, \quad \int_2^3 h(x) dx = 3.$$

1. Calculer $\int_0^5 f(x) dx$.
2. Calculer $\int_0^5 g(x) dx$.
3. Calculer $\int_0^2 h(x) dx$.
4. Calculer $\int_0^3 (2f(x) + 3g(x)) dx$.
5. Calculer $\int_2^5 (f(x) - h(x)) dx$.
6. Calculer $\int_0^5 (f(x) + g(x) + h(x)) dx$.
7. Calculer $\int_3^5 (4g(x) - 2f(x)) dx$.
8. Calculer $\int_0^5 (3f(x) - h(x)) dx$.

Exercice 7.

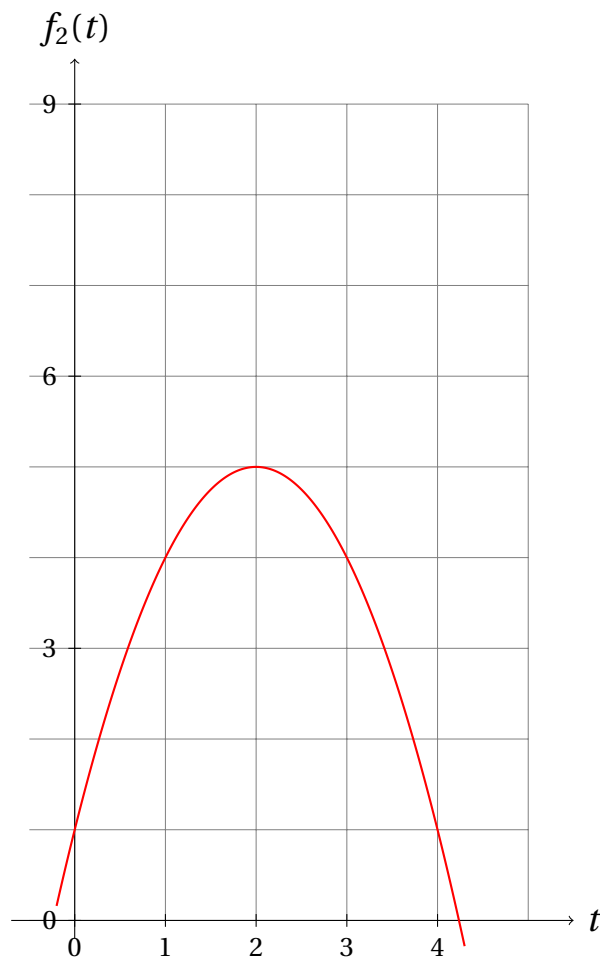
La fonction $f_1(t) = 2t + 1$ donne la quantité d'eau (en litres) dans un réservoir entre 0 et 3 heures.



1. Calculer $\int_0^3 f_1(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.
3. Calculer la valeur moyenne de f_1 sur $[0, 3]$.
4. Conclure sur la quantité d'eau moyenne dans le réservoir pendant ces 3 heures.

Exercice 8.

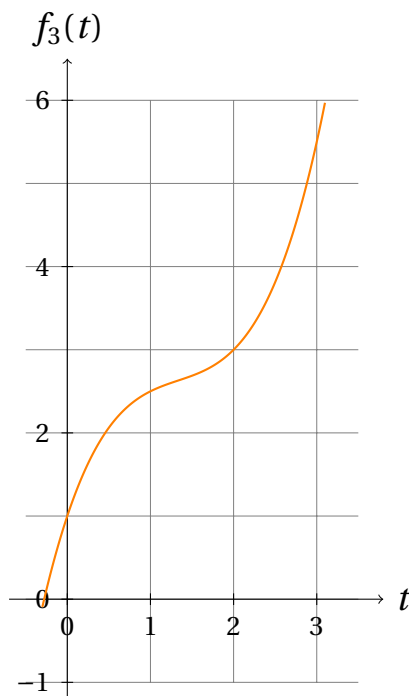
La fonction $f_2(t) = -t^2 + 4t + 1$ donne la concentration (en mg/L) d'un produit chimique dans un bassin entre 0 et 4 heures.



1. Calculer $\int_0^4 f_2(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.
3. Calculer la valeur moyenne de f_2 sur $[0, 4]$.
4. Conclure sur la concentration moyenne du produit dans le bassin pendant ces 4 heures.

Exercice 9.

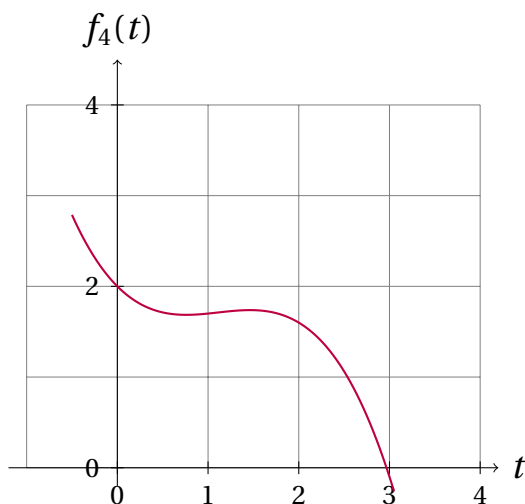
La fonction $f_3(t) = 0.5t^3 - 2t^2 + 3t + 1$ donne la vitesse (en m/s) d'un petit robot entre 0 et 3 heures.



1. Calculer $\int_0^3 f_3(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.
3. Calculer la valeur moyenne de f_3 sur $[0, 3]$.
4. Conclure sur la vitesse moyenne du robot pendant ces 3 heures.

Exercice 10.

La fonction $f_4(t) = -0.3t^3 + t^2 - t + 2$ donne la puissance (en kW) consommée par une machine entre 0 et 2 heures.

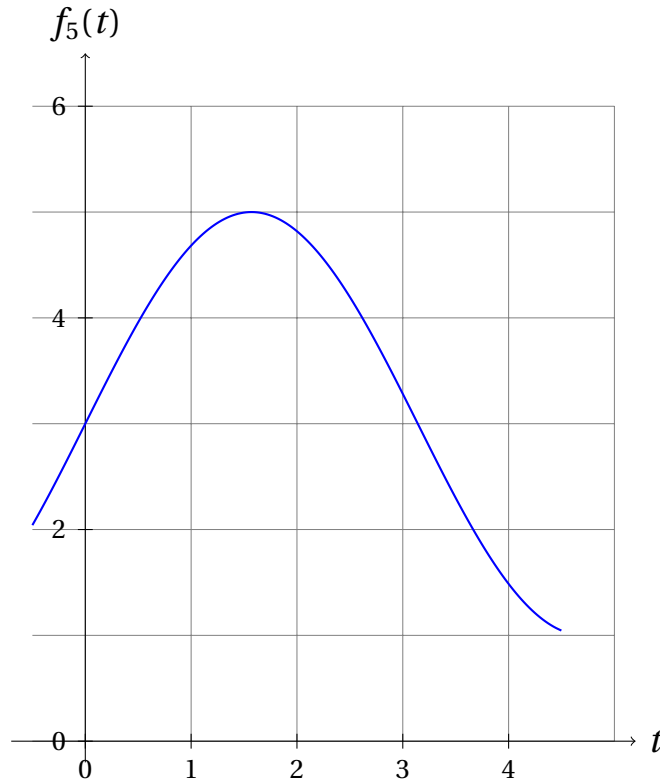


1. Calculer $\int_0^2 f_4(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.

3. Calculer la valeur moyenne de f_4 sur $[0, 2]$.
4. Conclure sur la puissance moyenne consommée par la machine sur ces 2 heures.

Exercice 11.

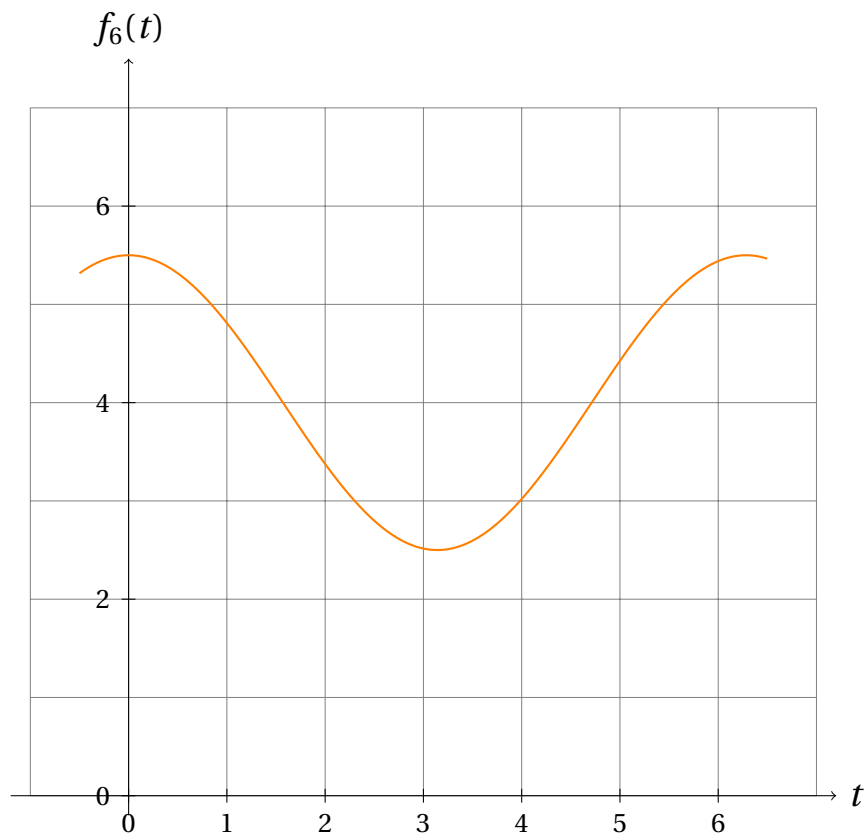
La fonction $f_5(t) = 3 + 2 \sin(t)$ donne la luminosité (en lumens) dans une serre entre 0 et 4 heures.



1. Calculer $\int_0^4 f_5(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.
3. Calculer la valeur moyenne de f_5 sur $[0, 4]$.
4. Expliquer ce que signifie la valeur moyenne dans le contexte de la luminosité.

Exercice 12.

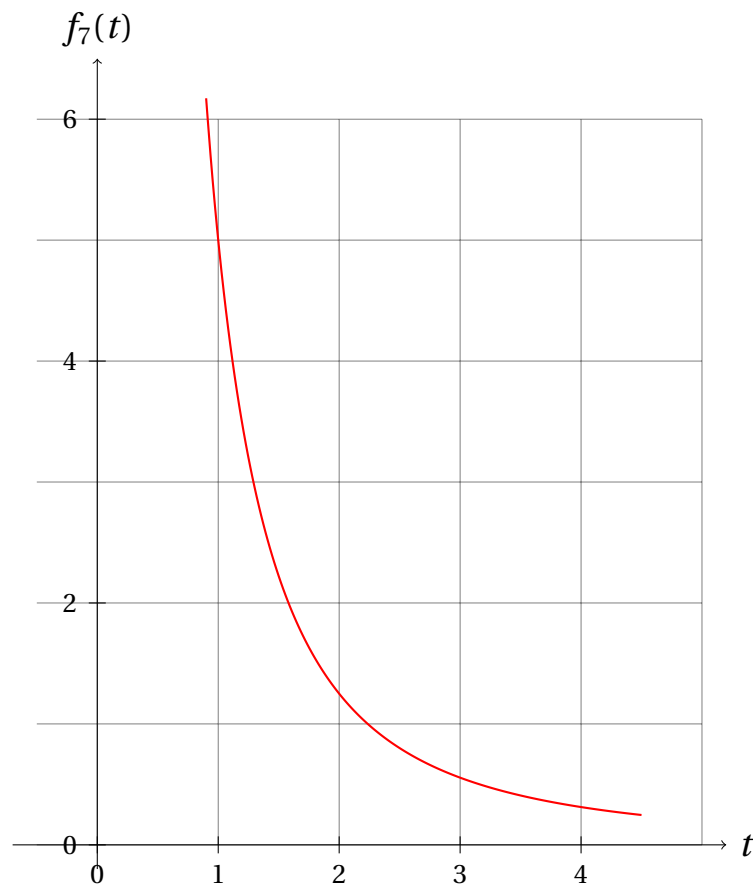
La fonction $f_6(t) = 4 + 1.5 \cos(t)$ donne la température (en degrés Celsius) dans un élevage entre 0 et 6 heures.



1. Calculer $\int_0^6 f_6(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.
3. Calculer la valeur moyenne de f_6 sur $[0, 6]$.
4. Interpréter la valeur moyenne dans le contexte de la température.

Exercice 13.

La fonction $f_7(t) = \frac{5}{t^2}$ donne le débit d'eau (en litres par seconde) dans une canalisation entre 0 et 4 secondes.



1. Calculer $\int_1^4 f_7(t) dt$.
2. Dessiner sur la courbe la zone correspondant à cette intégrale.
3. Calculer la valeur moyenne de f_7 sur $[1, 4]$.
4. Expliquer la signification de la valeur moyenne dans ce contexte.

Corrigé

