

Probabilités conditionnelles

Construire un arbre pondéré et calculer des probabilités conditionnelles

Exercice 1. Contrôle de fabrication

Une entreprise fabrique des cartes électroniques. 4 % des cartes présentent un défaut. Un test de contrôle détecte 98 % des cartes défectueuses, mais rejette aussi à tort 3 % des cartes sans défaut. On note D : « la carte est défectueuse » et R : « la carte est rejetée ».

1. Construire un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité qu'une carte soit défectueuse et rejetée.
3. Montrer que $P(R) = 0,068$.
4. Une carte est rejetée. Quelle est la probabilité qu'elle soit réellement défectueuse?
5. Une carte est acceptée. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse?
6. Sur 10 000 cartes produites, combien de cartes sans défaut sont rejetées à tort?
7. Une carte rejetée coûte 5 € et une carte défectueuse acceptée coûte 60 € (retour client). Calculer le coût moyen par carte lié au contrôle.
8. On améliore le test pour qu'il ne rejette plus que 1 % des cartes sans défaut. Calculer la nouvelle valeur de $P_R(D)$.

Étudier l'indépendance de deux événements

Exercice 2. Indépendance

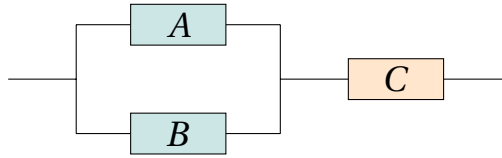
1. On tire une carte dans un jeu de 52 cartes. A : « la carte est un as », B : « la carte est rouge ». A et B sont-ils indépendants?
2. Dans un atelier de 200 salariés, 120 sont des hommes; 30 hommes et 20 femmes sont gauchers. Les événements « être un homme » et « être gaucher » sont-ils indépendants?
3. A et B sont indépendants avec $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,6$. Calculer $P(A \cup B)$ et $P(\overline{A} \cap B)$.
4. Dans le jeu de 52 cartes, C : « la carte est une figure (valet, dame, roi) » et D : « la carte est un cœur ». Étudier l'indépendance de C et D .

5. Dans l'atelier, 40 des 80 femmes portent des lunettes, contre 45 hommes sur 120. Les événements « être une femme » et « porter des lunettes » sont-ils indépendants?
6. Montrer que si A et B sont indépendants, alors $\overline{A}$ et B le sont aussi.

Calculer la fiabilité d'un système de composants indépendants

Exercice 3. Fiabilité d'un circuit

Un circuit comporte trois composants A , B , C fonctionnant de manière indépendante, avec les probabilités respectives 0,9; 0,8 et 0,95. A et B sont montés en parallèle, et ce bloc est monté en série avec C .



1. Calculer la probabilité que le bloc $\{A, B\}$ fonctionne.
2. En déduire la probabilité que le circuit fonctionne.
3. Le circuit est en panne. Quelle est la probabilité que ce soit uniquement à cause de C (le bloc $\{A, B\}$ fonctionnant) ?
4. Quelle serait la probabilité de fonctionnement si les trois composants étaient montés en série ?
5. On ajoute en parallèle de C un composant C' identique à C . Calculer la nouvelle probabilité de fonctionnement.
6. Combien de composants identiques de fiabilité 0,8 faut-il monter en parallèle pour que le bloc fonctionne avec une probabilité d'au moins 0,999 ?

Modéliser un jeu par un arbre et comparer des probabilités

Exercice 4. Les trois dés non transitifs

On dispose de trois dés équilibrés dont les faces sont : dé A : 3, 3, 3, 3, 3, 6; dé B : 2, 2, 2, 5, 5, 5; dé C : 1, 4, 4, 4, 4, 4.

Deux joueurs choisissent chacun un dé et le lancent; le plus grand résultat gagne.

1. Montrer à l'aide d'un arbre que la probabilité que A batte B est $\frac{7}{12}$.
2. Calculer la probabilité que B batte C , puis que C batte A .
3. Quel dé vaut-il mieux choisir si l'on joue en second ? Commenter.
4. On note X le résultat du dé A . Calculer l'espérance de X , puis celles des dés B et C . Commenter.
5. On joue 3 parties avec les dés A contre B . Quelle est la probabilité que A gagne les trois parties ?

6. Quelle est la probabilité que A gagne au moins une des trois parties?

Corrigé

