

Suites numériques

Exercice 1. Diagnostic : identifier une suite

Pour chacune des suites ci-dessous, préciser si elle est arithmétique, géométrique, les deux, ou ni l'une ni l'autre. Lorsqu'elle est arithmétique ou géométrique, donner sa raison.

- | | |
|-------------------|--------------------------------|
| 1. 12; 17; 22; 27 | 5. 100; 92; 84; 76 |
| 2. 3; 6; 12; 24 | 6. 2; 5; 10; 17 |
| 3. 81; 27; 9; 3 | 7. 1 000; 950; 902,50; 857,375 |
| 4. 5; 5; 5; 5 | 8. $-2; 4; -8; 16$ |

Exercice 2. Maintenance préventive d'un réseau

Une entreprise industrielle met en place un programme de maintenance préventive. En 2026, elle consacre 18 000 € à ce programme. Elle prévoit d'augmenter ce budget de 1 250 € chaque année.

On note u_n le budget, en euros, consacré à la maintenance au cours de l'année $2026 + n$.

1. Justifier que (u_n) est une suite arithmétique. Préciser u_0 et sa raison r .
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Calculer le budget prévu en 2030 puis en 2038.
4. Déterminer à partir de quelle année le budget annuel dépassera 30 000 €.
5. Calculer le budget total consacré à la maintenance de 2026 à 2035 inclus.

Exercice 3. Dégradation d'une batterie

Une batterie de stockage possède initialement une capacité de 64 kWh. On estime qu'elle perd 3,5 % de sa capacité maximale chaque année.

On note c_n la capacité maximale, en kWh, de la batterie après n années d'utilisation. On a donc $c_0 = 64$.

1. Expliquer pourquoi (c_n) est une suite géométrique et donner sa raison q .
2. Exprimer c_n en fonction de n .
3. Calculer la capacité de la batterie après 5 ans puis après 12 ans.
4. Une batterie est considérée comme insuffisante lorsque sa capacité devient inférieure à 48 kWh. Déterminer après combien d'années cela se produit.
5. Calculer $\sum_{k=0}^9 c_k$. Interpréter cette somme dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4. Production d'un atelier

Un atelier produit 2 400 pièces durant sa première semaine de fonctionnement. Pour répondre à une demande croissante, la production hebdomadaire augmente de 4 % chaque semaine.

On note p_n le nombre de pièces produites au cours de la semaine de rang $n + 1$, avec $p_0 = 2\,400$.

1. Donner la nature de la suite (p_n) , puis préciser son premier terme et sa raison.
2. Exprimer p_n en fonction de n .
3. Calculer le nombre de pièces produites au cours de la 20^e semaine.
4. Calculer le nombre total de pièces produites au cours des 20 premières semaines.
5. L'atelier ne peut produire au maximum que 5 000 pièces par semaine. À partir de quelle semaine ce seuil théorique est-il dépassé?

Exercice 5. Comparaison de deux stratégies d'investissement

Deux entreprises investissent dans l'amélioration de leur système de production.

- L'entreprise A investit 8 000 € en 2026 et augmente son investissement annuel de 600 € chaque année.
- L'entreprise B investit 8 000 € en 2026 et augmente son investissement annuel de 5 % chaque année.

On note a_n et b_n les investissements respectifs des entreprises A et B au cours de l'année 2026 + n .

1. Préciser la nature de chacune des suites (a_n) et (b_n) , puis donner leurs expressions en fonction de n .
2. Calculer les investissements annuels de chaque entreprise en 2031.
3. Calculer, pour chaque entreprise, le total investi de 2026 à 2035 inclus.
4. À l'aide d'un tableau de valeurs ou de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année l'investissement annuel de l'entreprise B devient supérieur à celui de l'entreprise A.
5. Commenter l'intérêt et la limite de chaque stratégie sur une longue durée.

Exercice 6. Consommation d'eau dans une usine

Une usine consomme 1 500 m³ d'eau durant le premier mois de l'année. Grâce à des actions d'économie, sa consommation diminue de 35 m³ chaque mois.

On note w_n la consommation d'eau, en m³, au cours du mois de rang $n + 1$, avec $w_0 = 1\,500$.

1. Justifier que (w_n) est arithmétique et déterminer sa raison.
2. Exprimer w_n en fonction de n .
3. Calculer la consommation prévue au cours du douzième mois.
4. Calculer la consommation totale d'eau sur l'année.
5. Déterminer le premier mois pour lequel la consommation devient inférieure à $1\,000\text{ m}^3$.

Exercice 7. Rendement d'une installation photovoltaïque

Une installation photovoltaïque produit $12\,000\text{ kWh}$ lors de sa première année de fonctionnement. On estime que sa production annuelle diminue de $0,8\%$ chaque année en raison du vieillissement des panneaux.

On note e_n la production, en kWh, durant l'année de rang $n + 1$, avec $e_0 = 12\,000$.

1. Modéliser la situation par une suite géométrique et exprimer e_n en fonction de n .
2. Calculer la production prévue au cours de la 15^e année.
3. Calculer la production totale prévue durant les 20 premières années.
4. La production annuelle doit rester au moins égale à $10\,000\text{ kWh}$. Déterminer le nombre maximal d'années pendant lesquelles cette condition est satisfaite.
5. Expliquer pourquoi une baisse de $0,8\%$ par an ne correspond pas à une diminution fixe de $0,8\%$ de $12\,000\text{ kWh}$ chaque année.

Exercice 8. Épargne pour un projet technologique

Pour financer un projet, une association dépose $2\,000\text{ €}$ sur un compte rémunéré à $2,4\%$ par an. Chaque début d'année, juste après le versement des intérêts, elle ajoute $1\,200\text{ €}$ sur le compte.

On note u_n le capital, en euros, disponible juste après le versement effectué au début de l'année $2026 + n$. On a $u_0 = 2\,000$.

1. Montrer que, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = 1,024u_n + 1\,200.$$

2. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
3. Expliquer pourquoi la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
4. On pose $v_n = u_n + 50\,000$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
5. Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n .

6. Déterminer le capital disponible au début de l'année 2036.

Exercice 9. Température régulée d'un procédé industriel

Dans un procédé industriel, la température d'un liquide est régulée automatiquement. Après chaque minute, l'écart entre la température du liquide et la température cible de 80°C est réduit de 25 %.

On note u_n la température, en degrés Celsius, mesurée après n minutes. Initialement, la température est $u_0 = 20^{\circ}\text{C}$.

1. Montrer que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 0,75u_n + 20.$$

2. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

3. La suite (u_n) est-elle arithmétique? géométrique? Justifier.

4. On pose $v_n = u_n - 80$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

5. En déduire une expression de u_n en fonction de n .

6. Déterminer à partir de combien de minutes la température est supérieure ou égale à 79°C .

7. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte du procédé.

Corrigé

