

Suites arithmétiques

Modélisation

Exercice 1.

Pour chacune des propositions suivantes, dire si les trois nombres semblent être des termes consécutifs d'une même suite arithmétique. Justifier par un calcul.

1. 12; 17; 22

$17 - 12 = 5$ et $22 - 17 = 5$. Oui, ce sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison 5.

2. 5; 11; 18

$11 - 5 = 6$ alors que $18 - 11 = 7$. Non, les différences ne sont pas égales.

3. -3; 1; 5

$1 - (-3) = 4$ et $5 - 1 = 4$. Oui, raison 4.

4. 40; 35; 30

$35 - 40 = -5$ et $30 - 35 = -5$. Oui, raison -5.

5. 2,5; 4; 5,5

$4 - 2,5 = 1,5$ et $5,5 - 4 = 1,5$. Oui, raison 1,5.

6. 100; 90; 81

$90 - 100 = -10$ alors que $81 - 90 = -9$. Non, les différences ne sont pas égales.

7. $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$ et $\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$. Oui, raison 1.

8. 7; 7; 7

$7 - 7 = 0$ et $7 - 7 = 0$. Oui, raison 0 : la suite est constante.

Exercice 2.

Pour chaque suite arithmétique ci-dessous donner :

- la raison,
- la valeur manquante,
- le terme suivant.

1. ?; 18 et 26.

$r = 26 - 18 = 8$. Le terme précédent vaut $18 - 8 = 10$ et le terme suivant vaut $26 + 8 = 34$.

2. 153, ? et 223.

Il y a deux écarts égaux entre 153 et 223 : $r = (223 - 153)/2 = 35$. La valeur manquante est $153 + 35 = 188$; le terme suivant est $223 + 35 = 258$.

3. 122, 150 et ?.

$r = 150 - 122 = 28$. La valeur manquante est $150 + 28 = 178$; le terme suivant est $178 + 28 = 206$.

4. ?, 18 et -12.

$r = -12 - 18 = -30$. Le terme précédent vaut $18 - (-30) = 48$; le terme suivant vaut $-12 - 30 = -42$.

5. -1200 , ? et 50 .

$r = (50 - (-1200))/2 = 625$. La valeur manquante est $-1200 + 625 = -575$; le terme suivant est $50 + 625 = 675$.

6. 15 , -20 et ?.

$r = -20 - 15 = -35$. La valeur manquante est $-20 - 35 = -55$; le terme suivant est $-55 - 35 = -90$.

Exercice 3.

1. Soit $A(x) = 3x - 2$. Calculer $A(0)$, $A(1)$ et $A(2)$.

$A(0) = -2$, $A(1) = 1$ et $A(2) = 4$.

2. Montrer que ces trois termes forment le début d'une suite arithmétique.

$A(1) - A(0) = 1 - (-2) = 3$ et $A(2) - A(1) = 4 - 1 = 3$. Les différences sont égales : c'est une suite arithmétique de raison 3.

3. Est ce que cela continue pour les images suivantes?

Oui. Pour tout entier n , $A(n+1) - A(n) = [3(n+1) - 2] - (3n - 2) = 3$. Les images successives forment donc une suite arithmétique de raison 3.

4. Faire de même avec $B(x) = 5x + 4$.

$B(0) = 4$, $B(1) = 9$, $B(2) = 14$. Les écarts sont $9 - 4 = 5$ et $14 - 9 = 5$. Les images successives forment une suite arithmétique de raison 5.

5. Faire de même avec $C(x) = 7x + 10$.

$C(0) = 10$, $C(1) = 17$, $C(2) = 24$. Les écarts sont $17 - 10 = 7$ et $24 - 17 = 7$. Les images successives forment une suite arithmétique de raison 7.

Exercice 4.

En janvier 2026, j'ai un salaire mensuel brut de $1\,850$ €. Mon employeur prévoit une augmentation fixe de 45 € au 1er janvier de chaque année.

On note u_n le salaire mensuel brut au mois de janvier de l'année $2026 + n$.

1. Justifier que la suite (u_n) est une suite arithmétique.

Le salaire augmente chaque année de la même somme, 45 €. La suite (u_n) est donc arithmétique.

2. Préciser le premier terme u_0 et la raison r de cette suite.

$u_0 = 1850$ et $r = 45$.

3. Calculer le salaire mensuel brut en janvier 2029, puis en janvier 2035.

Janvier 2029 correspond à $n = 3$: $u_3 = 1850 + 45 \times 3 = 1985$ €.

Janvier 2035 correspond à $n = 9$: $u_9 = 1850 + 45 \times 9 = 2255$ €.

4. Exprimer u_n en fonction de n .

$u_n = 1850 + 45n$.

Exercice 5.

Au 1er janvier 2026, le prix annuel d'un abonnement est de 240 €. L'entreprise annonce une baisse de 8 € chaque année pendant les six années suivantes.

On note p_n le prix de l'abonnement au 1er janvier de l'année 2026 + n .

1. Expliquer pourquoi la suite (p_n) est arithmétique.

Le prix diminue chaque année d'une somme constante de 8 €. La suite (p_n) est donc arithmétique.

2. Donner p_0 et la raison de la suite.

$$p_0 = 240 \text{ et } r = -8.$$

3. Calculer p_1 , p_2 et p_6 .

$$p_1 = 240 - 8 = 232 \text{ €}; p_2 = 240 - 2 \times 8 = 224 \text{ €}; p_6 = 240 - 6 \times 8 = 192 \text{ €}.$$

4. Exprimer p_n en fonction de n .

$$p_n = 240 - 8n \text{ pour } 0 \leq n \leq 6.$$

Exercice 6.

Une entreprise produit 12 500 objets au cours de l'année 2026. Elle prévoit d'augmenter sa production de 750 objets chaque année.

On note q_n le nombre d'objets produits pendant l'année 2026 + n .

1. Déterminer la raison de la suite (q_n) .

$$r = 750.$$

2. Donner l'expression de q_n en fonction de n .

$$q_n = 12500 + 750n.$$

3. Calculer la production prévue en 2030 et en 2036.

$$\text{Pour 2030, } n = 4 : q_4 = 12500 + 750 \times 4 = 15500 \text{ objets.}$$

$$\text{Pour 2036, } n = 10 : q_{10} = 12500 + 750 \times 10 = 20000 \text{ objets.}$$

4. À partir de quelle année la production dépassera-t-elle 20 000 objets?

$$12500 + 750n > 20000, \text{ donc } 750n > 7500 \text{ et } n > 10.$$

Le premier entier convenable est $n = 11$, qui correspond à l'année **2037**.

Exercice 7.

Un véhicule est acheté 28 000 €. On estime que sa valeur diminue de 1 800 € par an.

On note v_n la valeur estimée du véhicule après n années.

1. Modéliser cette situation par une suite arithmétique.

$$v_0 = 28000 \text{ et, pour tout } n, v_{n+1} = v_n - 1800.$$

2. Préciser v_0 et la raison r .

$$v_0 = 28000 \text{ et } r = -1800.$$

3. Exprimer v_n en fonction de n .

$$v_n = 28000 - 1800n.$$

4. Calculer la valeur estimée après 5 ans puis après 10 ans.

$$v_5 = 28000 - 1800 \times 5 = 19000 \text{ €}.$$

$$v_{10} = 28000 - 1800 \times 10 = 10000 \text{ €}.$$

5. À partir de quelle année la valeur du véhicule devient-elle inférieure à 10 000 €?

$$28000 - 1800n < 10000, \text{ donc } -1800n < -18000, \text{ soit } n > 10.$$

La valeur devient inférieure à 10 000 € après **11 ans**, c'est-à-dire durant la 12e année suivant l'achat.

Somme des termes

Exercice 8.

Calculer les sommes suivantes.

1. $1 + 2 + 3 + \dots + 20$

$$S = \frac{20(1+20)}{2} = 210.$$

2. $5 + 8 + 11 + \dots + 50$

$$5 + 3n = 50, \text{ donc } n = 15.$$
$$S = \frac{(15+1)(5+50)}{2} = 440.$$

3. $100 + 95 + 90 + \dots + 10$

$$100 - 5n = 10, \text{ donc } n = 18. S = \frac{(18+1)(100+10)}{2} = 1045.$$

4. $12 + 15 + 18 + \dots + 60$

$$12 + 3n = 60, \text{ donc } n = 16. S = \frac{(16+1)(12+60)}{2} = 612.$$

5. $\sum_{k=0}^{10} (3k+2)$

$$S = \frac{(10+1)(2+32)}{2} = 187.$$

6. $\sum_{k=1}^{15} (4k-1)$

$$S = \frac{(14+1)(3+59)}{2} = 465.$$

7. $2 + 4 + 6 + \dots + 40$

$$S = \frac{(19+1)(2+40)}{2} = 420.$$

8. $1 + 3 + 5 + \dots + 39$

$$S = \frac{(19+1)(1+39)}{2} = 400.$$

9. $10 + 20 + 30 + \dots + 200$

$$S = \frac{(19+1)(10+200)}{2} = 2100.$$

10. $7 + 14 + 21 + \dots + 98$

$$S = \frac{(13+1)(7+98)}{2} = 735.$$

11. $50 + 48 + 46 + \dots + 20$

$$S = \frac{(15+1)(50+20)}{2} = 560.$$

12. $3 + 7 + 11 + \dots + 43$

$$S = \frac{(10+1)(3+43)}{2} = 253.$$

13. $\sum_{k=1}^{20} (2k+5)$

$$S = \frac{(19+1)(7+45)}{2} = 520.$$

14. $\sum_{k=0}^{12} (5k-3)$

$$S = \frac{(12+1)(-3+57)}{2} = 351.$$

15. $\sum_{k=5}^{15} (3k+1)$

$$S = \frac{(10+1)(16+46)}{2} = 341.$$

16. $1000 + 990 + 980 + \dots + 900$

$$S = \frac{(10+1)(1000+900)}{2} = 10450.$$

Exercice 9.

On considère la suite arithmétique (u_n) définie par $u_0 = 7$ et de raison $r = 3$.

1. Calculer u_{10} .

$$u_{10} = u_0 + 10r = 7 + 10 \times 3 = 37.$$

2. Écrire la somme $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$ à l'aide du symbole Σ .

$$S = \sum_{k=0}^{10} u_k.$$

3. Calculer cette somme S .

Il y a 11 termes, de premier terme $u_0 = 7$ et de dernier terme $u_{10} = 37$.

$$S = \frac{11(7 + 37)}{2} = 242.$$

4. Calculer $T = \sum_{k=5}^{20} u_k$.

$u_5 = 7 + 3 \times 5 = 22$ et $u_{20} = 7 + 3 \times 20 = 67$. Il y a $20 - 5 + 1 = 16$ termes.

$$T = \frac{16(22 + 67)}{2} = 712.$$

Exercice 10.

On considère la suite arithmétique (v_n) définie par $v_1 = 150$ et de raison $r = -4$.

1. Calculer v_{12} .

$$v_{12} = v_1 + (12 - 1)r = 150 + 11 \times (-4) = 106.$$

2. Écrire $S = v_1 + v_2 + \dots + v_{12}$ à l'aide du symbole Σ .

$$S = \sum_{k=1}^{12} v_k.$$

3. Calculer S .

Il y a 12 termes, de premier terme $v_1 = 150$ et de dernier terme $v_{12} = 106$.

$$S = \frac{12(150 + 106)}{2} = 1536.$$

Exercice 11.

Au début de l'année 2026, Malik place 500 € sur un livret. À chaque début d'année, de 2027 à 2035 inclus, il verse 120 € de plus que l'année précédente.

Les versements annuels forment une suite arithmétique (u_n) , avec $u_0 = 500$ correspondant au versement de l'année 2026.

1. Déterminer la raison de la suite (u_n) .

$$r = 120.$$

2. Calculer le versement prévu en 2030, puis en 2035.

$$\text{En 2030, } n = 4 : u_4 = 500 + 120 \times 4 = 980 \text{ €}.$$

$$\text{En 2035, } n = 9 : u_9 = 500 + 120 \times 9 = 1580 \text{ €}.$$

3. Écrire, avec le symbole Σ , le total des versements effectués de 2026 à 2035.

$$\sum_{k=0}^9 u_k.$$

4. Calculer le total des versements sur cette période.

Il y a 10 versements, de $u_0 = 500$ € à $u_9 = 1580$ €.

$$\frac{10(500 + 1580)}{2} = 10400 \text{ €}.$$

Exercice 12.

Une entreprise accorde à un salarié une prime annuelle de 200 € la première année. Cette prime augmente de 50 € chaque année.

On note p_n le montant de la prime reçue la n -ième année, avec $p_1 = 200$.

1. Exprimer p_n en fonction de n .

$$p_n = p_1 + (n - 1)r = 200 + 50(n - 1).$$

2. Calculer p_{10} .

$$p_{10} = 200 + 50 \times 9 = 650 \text{ €}.$$

3. Calculer le total des primes reçues pendant les 10 premières années.

$$\sum_{k=1}^{10} p_k = \frac{10(200 + 650)}{2} = 4250 \text{ €}.$$

4. À l'aide du symbole Σ , écrire la somme des primes reçues de la 5e année à la 15e année, puis la calculer.

$$\sum_{k=5}^{15} p_k.$$

$$p_5 = 200 + 50 \times 4 = 400 \text{ € et } p_{15} = 200 + 50 \times 14 = 900 \text{ €}. \text{ Il y a 11 termes.}$$

$$\sum_{k=5}^{15} p_k = \frac{11(400 + 900)}{2} = 7150 \text{ €}.$$

Exercice 13.

Dans une salle de spectacle, les rangées de chaises sont organisées ainsi : la première rangée comporte 18 chaises, la deuxième 20 chaises, la troisième 22 chaises, et ainsi de suite. Chaque rangée comporte donc 2 chaises de plus que la précédente.

On note c_n le nombre de chaises de la n -ième rangée, avec $c_1 = 18$.

1. Justifier que (c_n) est une suite arithmétique et donner sa raison.

Chaque rangée comporte 2 chaises de plus que la précédente : (c_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$.

2. Calculer le nombre de chaises de la 25e rangée.

$$c_{25} = c_1 + (25 - 1) \times 2 = 18 + 48 = 66 \text{ chaises}.$$

3. La salle possède 25 rangées. Calculer le nombre total de chaises.

$$\sum_{k=1}^{25} c_k = \frac{25(18 + 66)}{2} = 1050.$$

La salle possède **1050 chaises**.

Exercice 14.

Une entreprise consacre un budget publicitaire de 3 000 € la première semaine d'une campagne. Afin d'augmenter progressivement sa visibilité, elle accroît ce budget de 250 € chaque semaine.

1. On note b_n le budget après n semaines, avec $b_0 = 3000$. Exprimer b_n en fonction de n .

$$b_n = 3000 + 250n.$$

2. Calculer le budget prévu pour la 12e semaine.

La première semaine correspond à b_0 , donc la 12e semaine correspond à b_{11} .

$$b_{11} = 3000 + 250 \times 11 = 5750 \text{ €}.$$

3. La campagne dure 12 semaines. Calculer le budget total engagé.

On somme les budgets de b_0 à b_{11} . Il y a 12 termes, avec $b_0 = 3000$ et $b_{11} = 5750$.

$$\sum_{k=0}^{11} b_k = \frac{12(3000 + 5750)}{2} = 52500 \text{ €}.$$

4. Le budget total disponible est de 55 000 €. La campagne de 12 semaines peut-elle être réalisée sans dépasser ce budget?

Oui, car $52500 \leq 55000$. Il reste $55000 - 52500 = 2500 \text{ €}$.

Exercice 15.

Une boutique en ligne vend 350 articles au mois de janvier. Son objectif est d'augmenter ses ventes de 25 articles chaque mois.

On note v_n le nombre d'articles vendus n mois après janvier, avec $v_0 = 350$ pour janvier.

1. Déterminer l'expression de v_n .

$$v_n = 350 + 25n.$$

2. Calculer le nombre d'articles vendus en décembre.

Décembre est situé 11 mois après janvier : $v_{11} = 350 + 25 \times 11 = 625$.

La boutique prévoit de vendre **625 articles** en décembre.

3. Calculer le nombre total d'articles vendus sur l'ensemble de l'année.

On somme les ventes de janvier (v_0) à décembre (v_{11}) : 12 termes.

$$\sum_{k=0}^{11} v_k = \frac{12(350 + 625)}{2} = 5850.$$

La boutique prévoit de vendre **5850 articles** sur l'année.