

# Évolutions

## I Proportion et pourcentage

### Exemples

1. Il y a 82,3% de demi pensionnaires au lycée cette année. Comparer la proportion de demi pensionnaires de la classe par rapport à ce chiffre.
2. On compare l'efficacité globale de trois méthodes de travail :  
La A est testée par 100 personnes dont la moitié s'estiment satisfaits.  
La B est testée par 500 personnes dont 300 s'estiment satisfaits.  
La C est testée par 1000 personnes dont 55% s'estiment satisfaits.  
Quelle méthode semble être la plus appréciée?
3. Donner l'effectif, la proportion et le pourcentage dans chacun des cas suivants :
  - a. 10 personnes parmi 30.
  - b. 153 personnes parmi 2000.
  - c. 20% de 1500 personnes.
  - d. 45% de 3540 personnes.
  - e. Cinq septièmes de 1071 personnes.
  - f.  $\frac{17}{26}$ èmes de 390 personnes.

### Définitions

L'**effectif** est simplement une quantité. La plupart du temps c'est un entier : 100 personnes ; 12 crayons etc... Cela peut être un nombre à virgule : 1,5 heures ; 12,1 euros.

La **proportion** est la fraction de l'effectif qui nous intéresse divisée par l'effectif total. Elle peut être représentée par une fraction ou un nombre entre 0 et 1.

$$\text{Proportion} = \frac{\text{Effectif étudié}}{\text{Effectif total}}$$

Enfin le **pourcentage** est l'équivalent d'une fraction ramenée sur 100. En pratique on multiplie par 100 pour obtenir le pourcentage :

$$\text{Pourcentage} = \text{Proportion} \times 100$$

### Remarque

Les proportions sont indispensables pour pouvoir faire des comparaisons correctes. Pour des raisons pratiques on prend souvent un total de 100 pour créer un pourcentage. C'est la méthode de représentation la plus courante mais pas la seule, il existe par exemple le "pour mille" (  $^0/_{00}$  ) ou les parties par millions ( ppm ).

## Exercices

Donner l'effectif de la population citée, arrondi à l'entier, ainsi que la proportion que cela représente par rapport à la population de base dans chaque situation :

1. La moitié d'une population de 100 000 personnes est composée de personnes du groupe sanguin A. Parmi elles 85% sont rhésus +.
2. Dans un zoo il y a 2700 animaux dont 30% sont des mammifères dont 40% sont des félins, dont 10 % sont des guépards.
3. Dans le cadre d'un recrutement, 5% d'une population de 5000 personnes est éligible, 20% sont pré-sélectionnés, un dixième passe un entretien et un cinquième est finalement recruté.
4. 50% de 10% de la moitié du tiers de 20% du quart de 30% de 360 000 personnes.
5. La moitié de la moitié de la moitié de la moitié de la moitié de la moitié de 1000 personnes.

## Remarque

Il s'avère souvent plus pratique de calculer la proportion avant de l'appliquer. Par exemple pour le dernier cela revient à simplement faire 1/64ème de 1000 personnes.

## II Taux d'évolution

### Définition

Le **taux d'évolution** est calculé dans le cas de hausses ou de baisses. C'est plus précisément la **proportion** de hausse ou de baisse. Elle est souvent représentée en pourcentage.

### Exemples

Voici les prix avant et après modification de prix (suite à des soldes ou à des hausses). Donner pour chaque situation le taux d'évolution du prix.

| Prix de départ | Prix d'arrivée | Taux d'évolution en % |
|----------------|----------------|-----------------------|
| 100            | 110            |                       |
| 100            | 90             |                       |
| 20             | 10             |                       |
| 10             | 20             |                       |
| 45             | 55             |                       |
| 1845           | 1855           |                       |
| 1855           | 1845           |                       |
| 1              | 1,2            |                       |
| 1              | 0,8            |                       |

### Propriété

Cette formule permet de calculer le taux d'évolution (**T**) quand on a la valeur de départ (**VD**) et la valeur d'arrivée (**VA**).

$$T = \frac{VA - VD}{VD} \text{ ou si on souhaite le mettre en pourcentage : } T = \frac{VA - VD}{VD} \times 100$$

### Remarque

On peut modifier cette formule pour exprimer la valeur d'arrivée (**VA**) en fonction des deux autres données. Cela donne :

en factorisant par VD on a même :

## Définition

Ce nombre  $CM = 1 + \frac{T}{100}$  est appelé **coefficient multiplicateur**. Pour retenir ce nom dites vous que son intérêt est qu'on multiplie simplement par lui pour appliquer l'évolution.

$$VA = VD \times CM$$

Utiliser ce coefficient multiplicateur est de loin la méthode la plus utile en pratique! En effet il permet de :

- Calculer facilement VA :
- Calculer VA même s'il y a plusieurs évolutions :
- Trouver VD quand on a VA ce que l'on va faire dans la partie suivante.

## III Taux d'évolution réciproque

### Exemples

Compléter le tableau en arrondissant au dixième :

| Valeur de Départ | Valeur d'Arrivée | Taux d'évolution en % | Coefficient Multiplicateur |
|------------------|------------------|-----------------------|----------------------------|
|                  | 160              | +60%                  | 1,6                        |
|                  | 60               | -40%                  | 0,6                        |
|                  | 1200             |                       | 1,4                        |
|                  | 250              | -40%                  |                            |
|                  | 3600             | +160%                 |                            |
|                  | 3160             |                       | 3,5                        |
|                  | 2700             | -60%                  |                            |
|                  | 2700             |                       | 0,01                       |

### Propriété

Une **évolution réciproque** est l'évolution qui permet de faire le "chemin à l'envers". C'est à dire à trouver la valeur de départ à partir de la valeur d'arrivée.

Plus clairement on fait :  $VD = \frac{VA}{CM}$

### Remarque

L'évolution réciproque **ne vaut pas** l'opposé de l'évolution normale. La réciproque d'une hausse de 20% n'est pas une baisse de 20%. Voyons cela dans l'exemple suivant.

### Exemple

Trouver l'évolution réciproque de chacune des évolutions suivantes (si besoin prenez des exemples de valeurs de départ et d'arrivée).

+50%

-50%

+20%

-20%

+30%

-30%

+500%

-90%