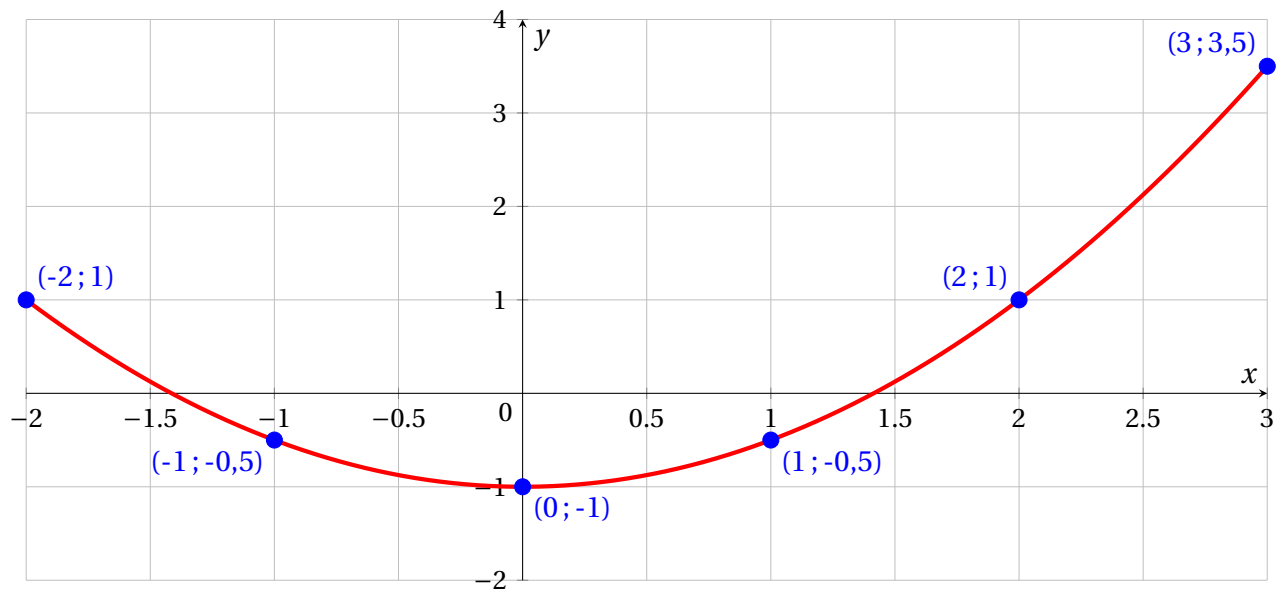


Fonctions - Généralités

I Courbe

Exemple

La figure ci-dessous donne la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie entre -2 et 3.



Voici cinq phrases qui décrivent exactement le même point, celui tout à gauche :

L'image de -2 par f est 1.

-2 est un antécédent de 1 par f .

Le point de coordonnées (-2; 1) est sur la courbe de f .

La courbe de f passe par le point d'abscisse -2 et d'ordonnée 1.

$f(-2) = 1$.

Définitions

- Une fonction est toujours définie sur un ensemble de nombres. Cela décrit les valeurs de x pour lesquelles on peut trouver des images et tracer la fonction. Cela se nomme un **ensemble de définition** ou domaine de définition.
- La fonction f associe chacun des nombres x de son ensemble de définition à un unique nombre $f(x)$. On dit que x est l'**antécédent** et $f(x)$ l'**image**.
- La **représentation graphique** ou courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dans un repère est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ pour tous les x de l'ensemble de définition.
- On peut lister les images dans un tableau pour plus de simplicité. Cela se nomme un **tableau de valeurs**.

Remarque

Il n'y a toujours qu'une seule image de chaque nombre de l'ensemble de définition mais il peut y avoir n'importe quel nombre d'antécédents pour un nombre donné. Par exemple sur la courbe précédente :

4 n'a aucun antécédent. De même pour -2.

3 n'a qu'un antécédent : environ 2,8. De même -1 n'a qu'un antécédent : 0.

1 a deux antécédents : -2 et 2. De même 0,5 a deux antécédents : -1 et 1.

Exemple

Dans l'exemple précédent la fonction est définie de -2 à 3. Tous les nombres en dehors de cet ensemble (comme -2,1 ou 10 par exemple) n'ont pas d'image par f .

Voici un tableau de valeurs de f :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	1	-0,5	-1	-0,5	1	3,5

Remarque

Il est également possible de calculer les images par le calcul. Dans l'exemple précédent $f(x)$ vaut en fait $0,5x^2 - 1$. Ainsi l'image de 1 est $f(1) = 0,5 \times 1^2 - 1 = -0,5$ comme on a pu le voir graphiquement.

Le calcul donne des résultats en général plus précis que si on procède graphiquement. Ainsi pour $x = 1,5$ on peut trouver une valeur approchée de $f(1,5)$ graphiquement; environ 0,1; mais par le calcul ce sera plus précis :

$$f(1,5) = 0,5 \times 1,5^2 - 1 = 0,125 \text{ et pas } 0,1.$$

II Équations et inéquations

Définition

Une **équation** est une égalité entre deux éléments comme ceci : $f(x) = k$ avec k un nombre. Dans le contexte des fonctions cela revient en général au calcul d'antécédents. Ainsi dans l'équation $f(x) = k$, les solutions sont les antécédents de k par la fonction f .

Une **inéquation** est presque identique à une équation sauf que l'on a un symbole de comparaison et pas d'égalité :

$a < b$ signifie que a est strictement plus petit que b .

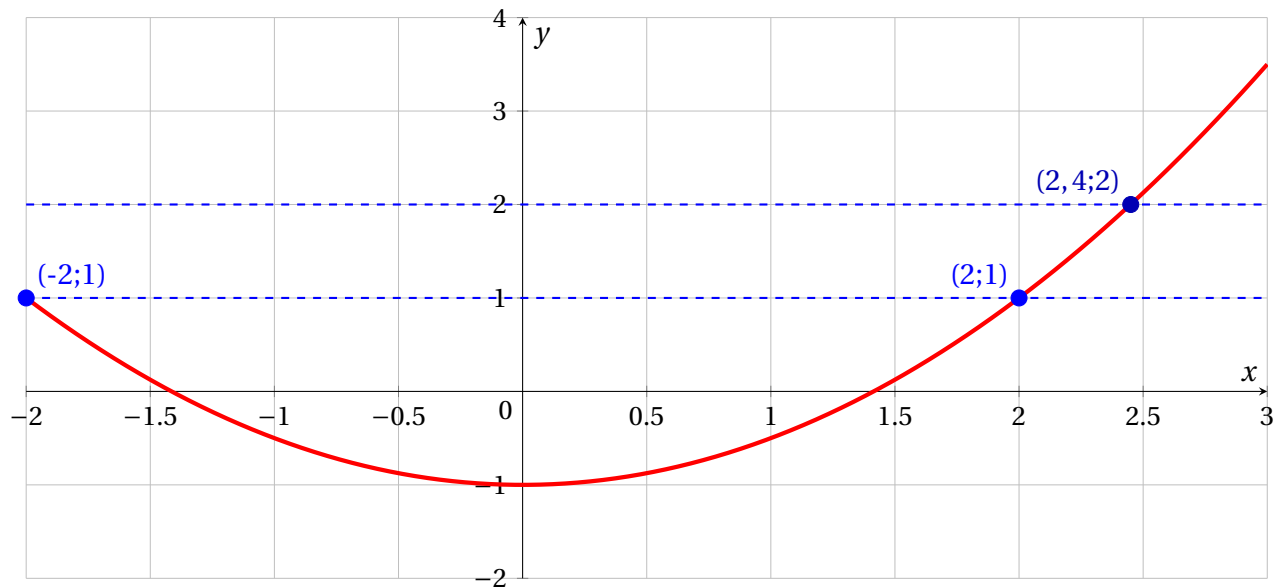
$a > b$ signifie que a est strictement plus grand que b .

$a \leq b$ signifie que a est plus petit ou égal à b .

$a \geq b$ signifie que a est plus grand ou égal à b .

Une inéquation se résout de la même façon qu'une équation mais on donnera plutôt des ensembles de solutions puisque de nombreux antécédents peuvent vérifier l'inéquation. Par le calcul il n'y a qu'une subtilité :

Exemple



La solution de l'équation $f(x) = 2$ est $x = 2,4$ environ.
L'équation $f(x) = 1$ a deux solutions : $x = -1$ ou $x = 1$.

Quant aux inéquations $f(x) < 2$ et $f(x) \geq 1$:

III Parité

Définition

Une fonction **paire** est une fonction **symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**. Plus précisément on a pour tout x de l'ensemble de définition : $f(-x) = f(x)$.

Une fonction **impaire** est une fonction **symétrique par rapport au point d'origine** du repère. Plus précisément on a pour tout x de l'ensemble de définition : $f(-x) = -f(x)$.

Exemple

