

Probabilités

I - Vocabulaire

Définitions :

Une **expérience aléatoire** est un test avec plusieurs résultats possibles, ou **issues**. C'est le hasard qui décide de l'issue qui se produira.

En voici un exemple : Je choisis une personne dans la rue et lui demande son mois de naissance. Il y a 12 issues possibles.

Un **évènement** est un ensemble d'issues possibles.

Par exemple "La personne est née en janvier" est un évènement constitué de l'issue "janvier" alors que "La personne est née lors d'un mois de 31 jours" est un évènement constitué des sept issues "janvier"; "mars"; "mai"; "juillet"; "août"; "octobre" et "décembre".

Une **probabilité** exprime la "chance" qu'un évènement se produise. Plus précisément, si on effectue un très grand nombre de fois l'expérience ce sera la proportion de réussites. C'est un nombre entre 0 et 1, parfois exprimé en fraction ou en pourcentage. On note en général $P(A)$ pour la probabilité d'un évènement A .

Par exemple la probabilité de l'évènement "La personne est née en janvier" vaut $\frac{31}{366} \approx 8,47\%$ puisqu'il y a 31 jours en janvier.

De la même façon $P(\text{"La personne est née lors d'un mois de 31 jours"}) = \frac{31 \times 7}{366} = \frac{217}{366} \approx 59,29\%$

Un évènement de probabilité 1 est dit "certain".

Un évènement de probabilité 0 est dit "impossible".

Si toutes les issues d'une expérience ont la même probabilité on dit qu'elles sont **équiprobables**.

Par exemple les mois ne sont pas équiprobables, ils n'ont pas le même nombre de jours. Par contre si on lance un dé chaque face est équiprobable.

Le **contraire** d'un évènement A est noté $\bar{A}$ et est l'ensemble des issues qui ne sont **pas** dans A .

Par exemple le contraire de "La personne est née lors d'un mois de 31 jours" est constitué des issues "février"; "avril"; "juin"; "septembre" et "novembre".

La **réunion** de deux évènements A et B est l'ensemble des issues qui sont dans l'un **ou** dans l'autre. C'est coté $A \cup B$.

Par exemple pour les évènements :

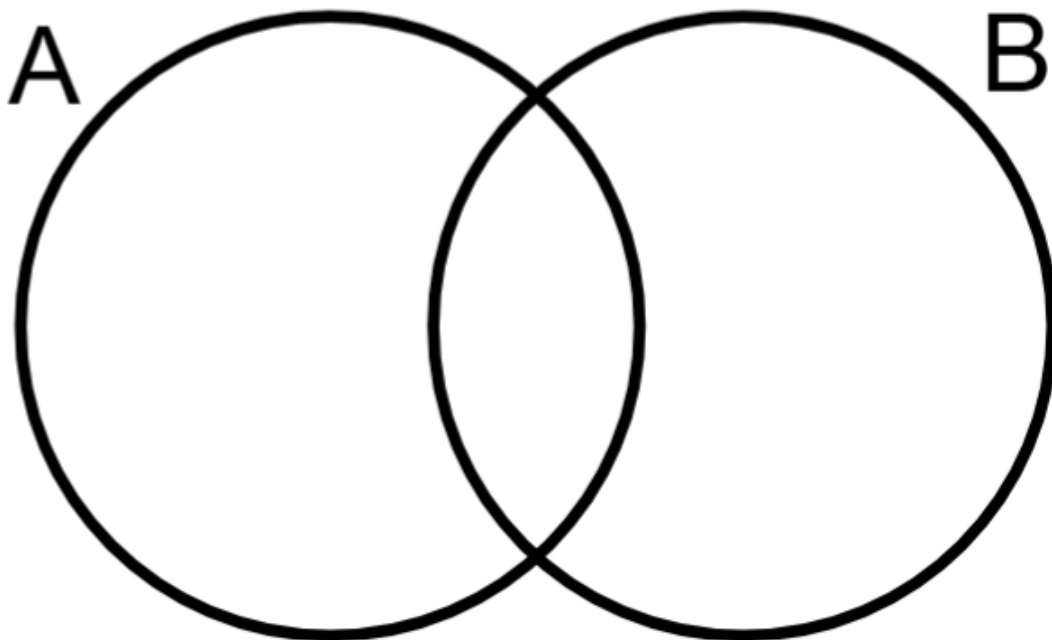
A : "La personne est née lors d'un mois de 31 jours", constitué des sept issues "janvier"; "mars"; "mai"; "juillet"; "aout"; "octobre" et "décembre".

B : "La personne est née lors d'un mois qui commence par J", constitué des trois issues "janvier"; "juin" et "juillet".

La réunion $A \cup B$ est l'évènement : "La personne est née lors d'un mois de 31 jours ou qui commence par J", constitué des huit issues "janvier"; "mars"; "mai"; "juin"; "juillet"; "aout"; "octobre" et "décembre".

L'**intersection** de deux évènements A et B est l'ensemble des issues qui sont dans l'un **et** dans l'autre. C'est coté $A \cap B$.

Par exemple pour les évènements A et B cités ci dessus. La réunion $A \cap B$ est l'évènement : "La personne est née lors d'un mois de 31 jours et qui commence par un J", constitué des 2 issues "janvier" et "juillet".



Propriétés :

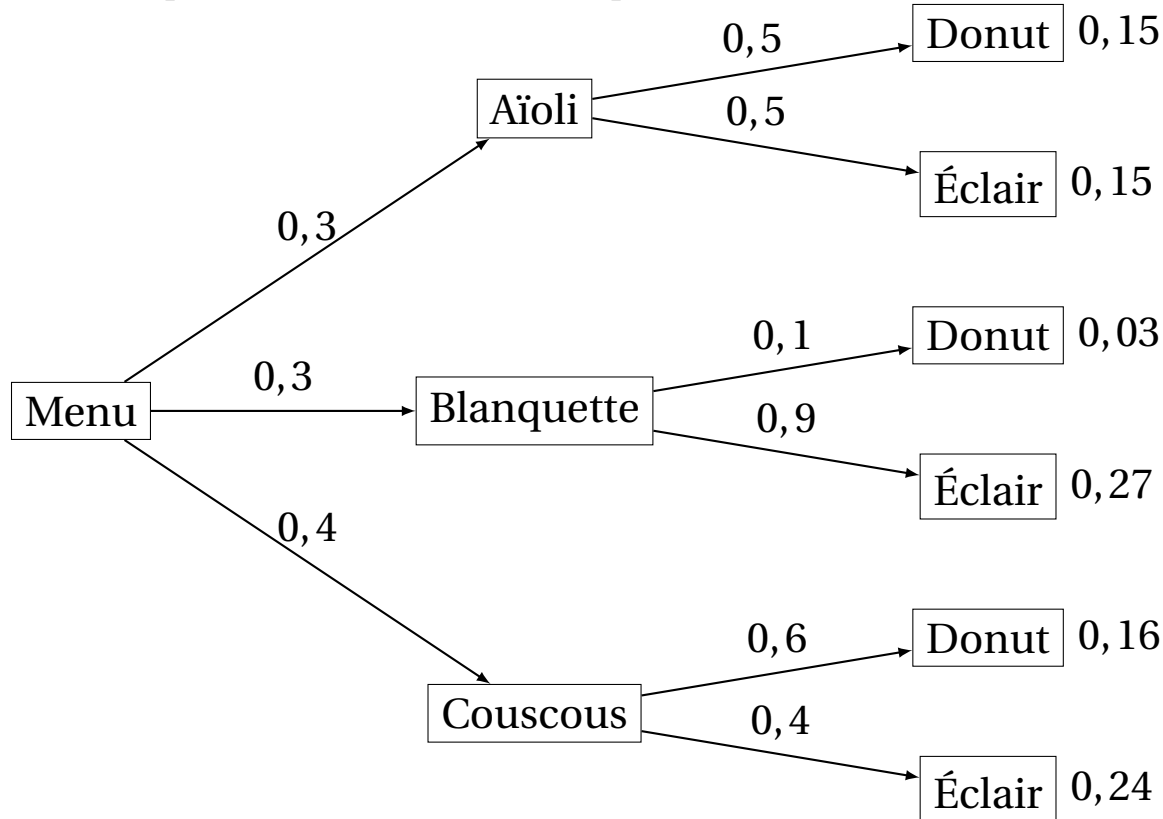
$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

II - Arbre de probabilités

Exemple :

Dans un restaurant les clients ont le choix entre trois plats (A pour aïoli, B pour blanquette, C pour couscous) et deux desserts (D pour donut et E pour éclair). Voici la répartition des menus choisis par les clients lors d'une semaine :



La proportion de clients ayant choisi l'aïoli est de

La proportion de clients ayant choisi la blanquette est de

La proportion de clients ayant choisi le couscous est de

Parmi ceux qui ont choisi l'aïoli, la proportion de clients qui choisit donut est de

Sachant qu'un client a choisi blanquette, la proportion de chances qu'il choisisse l'éclair est de

La proportion de clients ayant choisi couscous et donut est de

La proportion de clients ayant choisi couscous ou donut est de

Définitions :

Dans un arbre de probabilités on nomme **tronc** ce qui à la base (le mot "menu" dans l'exemple).

Les traits sont les **branches**.

Les endroits où se séparent les branches sont les **nœuds**.

Tout au bout, là où les branches se stoppent, on trouve enfin les **feuilles**, elles correspondent aux issues possibles.

Propriétés :

La sommes des probabilités associées aux branches qui partent d'un même nœud fait 1 au total.

La probabilité d'une feuille correspond au produit de toutes les probabilités sur les branches qui amènent à la feuille.

La sommes des probabilités associées aux feuilles fait 1 au total.

III - Tableau

L'exemple du II donne le tableau suivant :