

Variations et extremums

I Croissante, décroissante, monotone

Définition

Une fonction f définie sur un intervalle I est dite

- **croissante** sur cet intervalle si en augmentant x , la valeur de $f(x)$ **augmente** également.

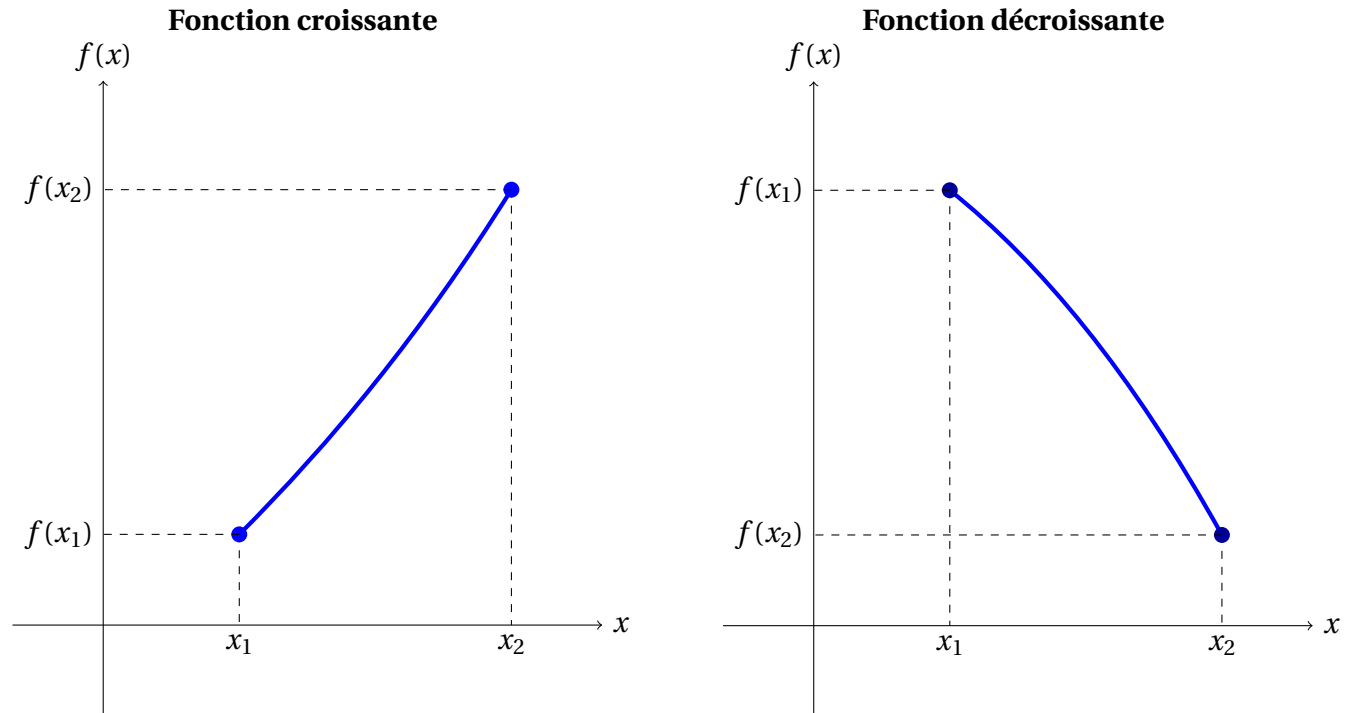
C'est à dire : $x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.

On dit que f **conserve** l'ordre.

- **décroissante** sur cet intervalle si en augmentant x , la valeur de $f(x)$ **diminue**.

C'est à dire : $x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$.

On dit que f **inverse** l'ordre.

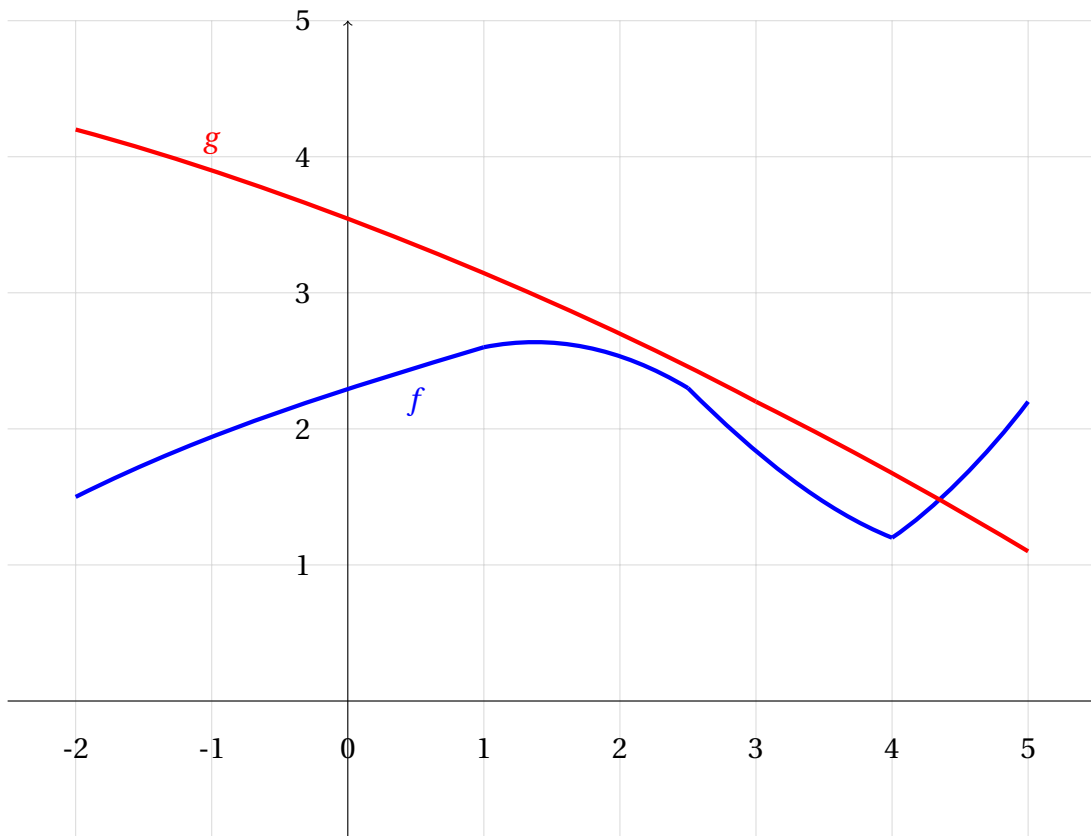


Définition

Si la fonction ne change pas de sens de variation (elle reste croissante ou elle reste décroissante) sur un intervalle on dit qu'elle est **monotone**.

Si la fonction conserve la même valeur sans monter ni descendre sur un intervalle on dit qu'elle est **constante**.

Exemple



f est croissante pour x entre -2 et 1,3 environ, puis elle est décroissante pour x situé entre 1,3 et 4, enfin elle est croissante pour x allant de 4 à 5.

g est décroissante de -2 à 5. Elle est donc monotone sur son ensemble de définition.

II Tableau de variations

Définition

Décrire les variations d'une fonction est assez fastidieux, il est plus pratique d'utiliser un tableau comme ci-dessous :

x	-2	1,2	4	5
$f(x)$	1,5	2,6	1,2	2,2

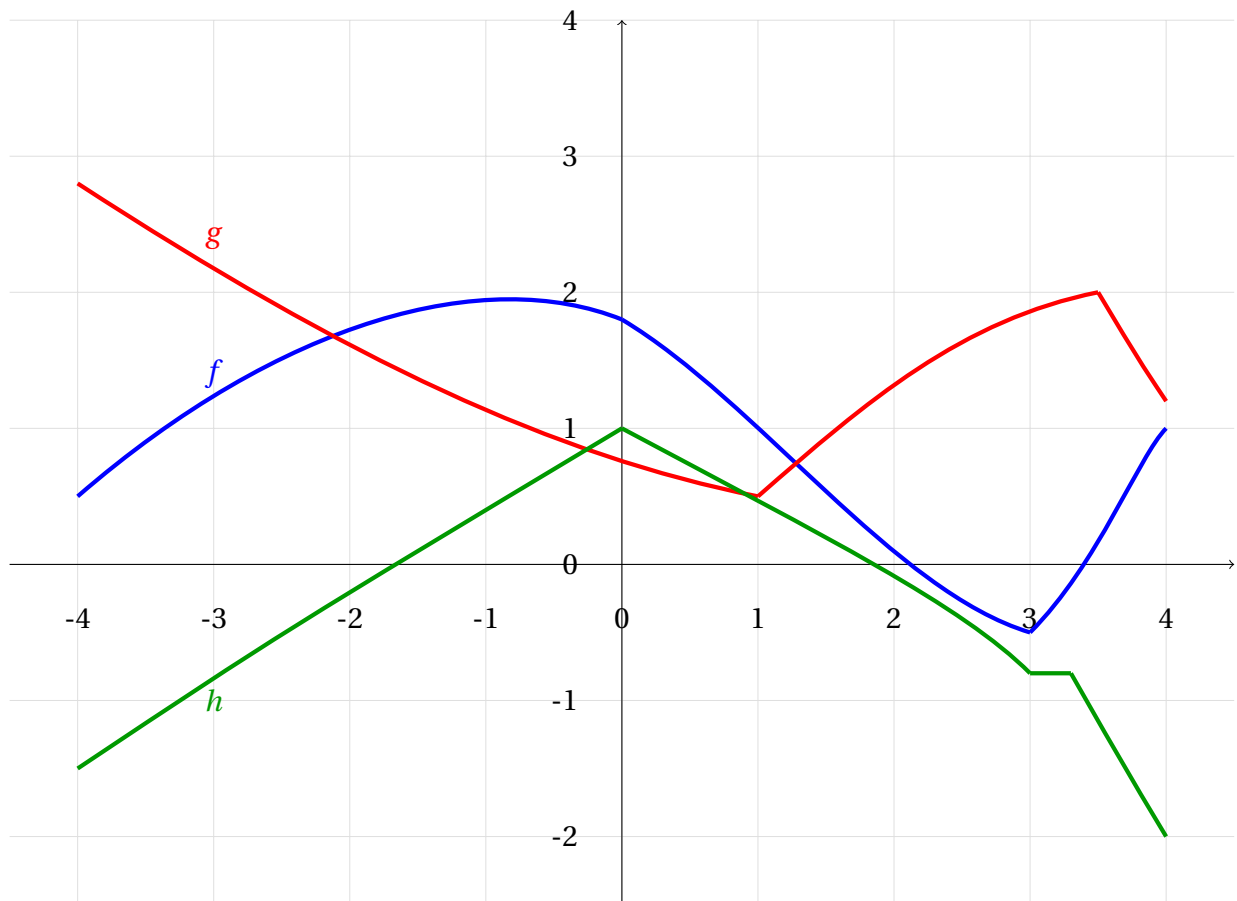
x	-2	5
$g(x)$	4,2	1,1

Remarque

Attention à bien mettre les valeurs des x dans la première ligne et les valeurs de la fonction dans la ligne suivante.

Exemple

Donner les tableaux de variations des fonctions suivantes :



III Extremum

Exemple

En reprenant les courbes du graphique précédent, donner le minimum et le maximum de chacune des trois fonctions. Préciser pour quelle valeur de x ce minimum et ce maximum sont atteints.

Définition

Pour f une fonction définie sur un intervalle I .

- S'il existe $M \in \mathbb{R}$ et $a \in I$ tels que $f(a) = M$ est supérieur ou égal à toutes les autres valeurs de la fonction f on dit que M est le **maximum** de f et que ce maximum est atteint en $x = a$.
- S'il existe $m \in \mathbb{R}$ et $b \in I$ tels que $f(b) = m$ est inférieur ou égal à toutes les autres valeurs de la fonction f on dit que m est le **minimum** de f et que ce minimum est atteint en $x = b$.

Remarque

Un minimum ou un maximum est aussi nommé **extremum**.

Le maximum, s'il y en a un, est **l'ordonnée** du point le plus **haut** de la courbe.

Le minimum, s'il y en a un, est **l'ordonnée** du point le plus **bas** de la courbe.