

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Exercice 3	Barème	Communiquer	Barème
1.	/4	1.	/2	1.	/3	Global	/3
		2.	/2				
		3. et 4.	/3				
		5.	/2				
		6.	/1				

Exercice 1.

Voici quelques données concernant les événements A, B, C et D :

$$P(A) = 0,7 \quad P(B) = 0,7 \quad P(C) = 0,1 \quad P_D(A) = 0,7$$

$$P_A(C) = 0,7 \quad P(B \cup C) = 0,8 \quad P(A \cap B) = 0,49$$

Avec ces données déduire, quand c'est possible et en justifiant, quels événements sont indépendants et lesquels sont dépendants.

• A et B sont indépendants. En effet :

$$P(A) \times P(B) = 0,7 \times 0,7 = 0,49 = P(A \cap B) \text{ ce qui ne peut arriver qu'en cas d'indépendance.}$$

• A et C sont dépendants car :

$$P_A(C) = 0,7 \text{ mais } P(C) = 0,1. \text{ Ces deux probabilités sont différentes.}$$

• A et D sont indépendants car :

$$P_D(A) = 0,7 \text{ et } P(A) = 0,7. \text{ Ces deux probabilités sont égales.}$$

• Enfin B et C sont dépendants car :

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$$

$$0,8 = 0,7 + 0,1 - P(B \cap C)$$

$$P(B \cap C) = 0$$

$$\text{Or } P(B) \times P(C) = 0,7 \times 0,1 \neq 0.$$

Exercice 2.

Un conservatoire de musique propose deux parcours à ses 350 élèves : un parcours diplômant et un parcours loisir.

On observe que 40 % des élèves choisissent le parcours diplômant.

Parmi ceux qui ont sélectionné le parcours diplômant, 30 % choisissent de faire partie d'un orchestre.

Parmi les élèves ayant choisi le parcours loisir, 25 % choisissent de faire partie d'un orchestre.

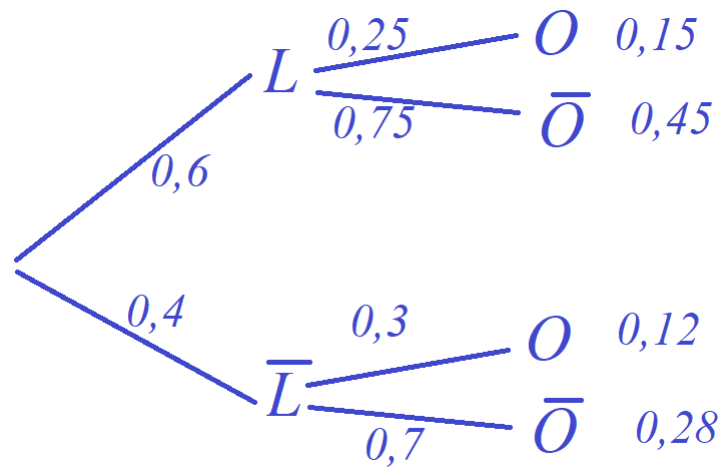
On sélectionne un élève de ce conservatoire au hasard et on note :

L : « L'élève sélectionné a choisi le parcours loisir. » ;

O : « L'élève sélectionné a choisi de faire partie d'un orchestre. » ;

Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

1. Représenter la situation avec un arbre de probabilités **ainsi** qu'avec un tableau (faire les deux!).



	O	$\bar{O}$	Total
L	52	158	210
$\bar{L}$	42	98	140
Total	94	256	350

Pour le 52 et le 158 il a fallu arrondir à l'entier puisque le calcul donne : $60\% \times 25\% \times 350 = 52,5$ élèves. J'ai choisi d'arrondir à l'entier inférieur pour le 52 et supérieur pour le 158 afin que le total reste bien 210 élèves.

2. Déterminer la probabilité de l'évènement $\bar{L}$ et la probabilité de l'évènement O .

D'après l'arbre ci dessus on voit directement que $P(\bar{L}) = 0,4$.

$P(O)$ s'obtient quant à lui grâce aux probabilités totales au ajoutant les deux probabilités concernées :

$$P(O) = P(L \cap O) + P(\bar{L} \cap O) = 0,15 + 0,12 = 0,27$$

3. Décrire par une phrase l'évènement $L \cap O$ et calculer la probabilité de cet évènement.

$L \cap O$ est l'évènement : "L'élève sélectionné a choisi de faire le parcours loisir **et** de faire partie d'un orchestre.

$$P(L \cap O) = 0,6 \times 0,25 = 0,15.$$

4. Calculer la probabilité que la personne choisie au hasard soit un élève ayant choisi un parcours loisir sachant qu'il a choisi de faire partie d'un orchestre.

$$\text{Cela correspond à } P_O(L) = \frac{P(O \cap L)}{P(O)} = \frac{0,15}{0,27} \approx 0,556$$

5. Calculer la probabilité $P_{\bar{L}}(\bar{O})$. Interpréter cette probabilité dans le contexte de l'exercice.

$$P_{\bar{L}}(\bar{O}) = \frac{P(\bar{O} \cap \bar{L})}{P(\bar{L})} = \frac{0,28}{0,4} = 0,7.$$

Cela correspond à la probabilité de l'évènement : "L'élève sélectionné a choisi de ne pas faire partie d'un orchestre sachant qu'il a choisi le parcours diplômant."

6. Les évènements L et O sont-ils indépendants?

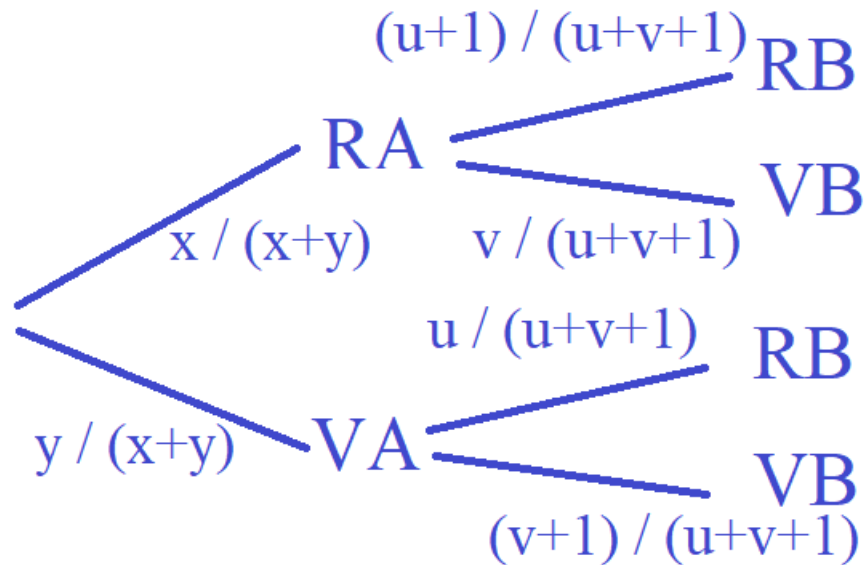
On sait que $P_O(L) \approx 0,556$ et que $P(L) = 0,6$. Ces deux probabilités ne sont pas égales donc les évènements L et O sont dépendants.

Exercice 3.

Exercice de recherche :

Une urne A contient x boules rouges et y boules vertes. Une urne B contient u boules rouges et v boules vertes. On prélève au hasard une boule de l'urne A, que l'on place dans l'urne B. On prélève alors une boule de l'urne B. Sachant que le second tirage a permis d'obtenir une boule rouge, quelle est la probabilité qu'une boule rouge ait été tirée de l'urne A?

Si on nomme RA l'évènement "tirer une boule rouge de l'urne A" et RB , VA et VB les autres évènements on peut construire l'arbre :



Remarque : Comme vu en classe les dénominateurs des fractions dans l'arbre pourraient être ignorés, par souci de rigueur j'ai préféré les laisser.

La probabilité demandée dans l'énoncé est :

$$P_{RB}(RA) = \frac{RA \cap RB}{RB} = \frac{\frac{x(u+1)}{(x+y)(u+v+1)}}{\frac{x(u+1) + yu}{(x+y)(u+v+1)}} = \frac{xu + x}{xu + x + yu}$$

Par exemple s'il y avait 3 boules de chaque couleur dans chaque urne cela vaudrait :

$$\frac{3 \times 3 + 3}{3 \times 3 + 3 + 3 \times 3} = \frac{12}{21}$$