

DEVOIR COMMUN - MATHÉMATIQUES - CORRIGÉ

Enseignants : CETOUT S., HALTER N.,

MARTIN C., TRIMOREAU V., YUKSEL U.

Date : 16/01/2023

Nom :

Prénom :

Classe :

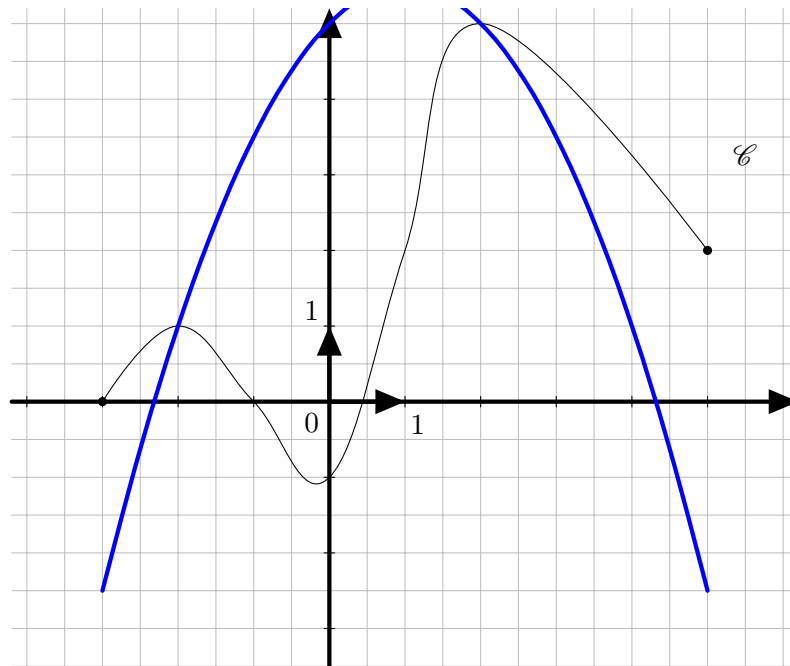
Note :

Exercice 1:

10,5 points

Partie A

Soit la représentation graphique d'une fonction f donnée ci dessous :



- Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,5
L'ensemble de définition de f est $[-3; 5]$
- Par lecture graphique, quelle est l'image de 1 par la fonction f ? 0,5
L'image de 1 par la fonction f est 2.
- Déterminer graphiquement $f(2)$. 0,5
 $f(2) = 5$
- Par lecture graphique, quels sont les antécédents de 0 par la fonction f ? 1,5
Les antécédents de 0 par f sont -3; -1 et environ 0,5.
- Par lecture graphique, combien 2 admet-il d'antécédent(s)? 0,5
2 admet deux antécédents.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$. 1,5
 $[-3; -1] \cup [0; 5; 5]$
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 2$. 1
 $[-3; 1[$

Partie B

On considère la fonction g définie sur $[-3;5]$ par $g(x) = -0,5x^2 + x + 5$.

8. Le point A de coordonnées $A(3;2)$ appartient-il à la représentation graphique de la fonction g ? Justifier soigneusement. **1**

L'image de 3 par la fonction g est $g(3) = -0,5 \times 3^2 + 3 + 5 = 3,5 \neq 2$.

$A(3;2)$ n'appartient donc pas à la représentation graphique de la fonction g .

9. Compléter ce tableau de valeurs à l'aide de la calculatrice. **1**

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-2,5	1	3,5	5	5,5	5	3,5	1	-2,5

10. Tracer la représentation graphique de la fonction g dans le repère ci-dessus. **1,5**

11. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. **1**

On peut voir graphiquement que $f(x) = g(x)$ pour $x = -2$ et $x = 2$.

Exercice 2:

10 points

Le directeur d'un grand parc d'attraction décide d'étudier le temps d'attente aux caisses à l'entrée de son parc. Pour cela, il note les temps d'attente en minutes de 100 clients le lundi et le vendredi.

Partie A - Le lundi, il obtient la répartition suivante :

Temps d'attente (min)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de clients (effectifs)	14	13	23	9	14	8	12	4	1	2
Effectifs cumulés croissants	14	27	50	59	73	81	93	97	98	100

1. Compléter la troisième ligne du tableau. **1**

2. Calculer le temps d'attente moyen d'un client à l'entrée du parc. **1**

$$\frac{1 \times 14 + 2 \times 13 + 3 \times 23 + 4 \times 9 + 5 \times 14 + 6 \times 8 + 7 \times 12 + 8 \times 4 + 9 \times 1 + 10 \times 2}{100} = 4,08$$

3. Déterminer la médiane de cette série statistique. **1,5**

La médiane est la valeur centrale. 100 est pair et $\frac{100}{2} = 50$. On choisit donc la 50ème valeur (3) et la 51ème valeur (4) et on en fait la moyenne :

$$\frac{3 + 4}{2} = 3,5$$

La médiane est de 3,5 minutes.

4. Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série statistique. **2**

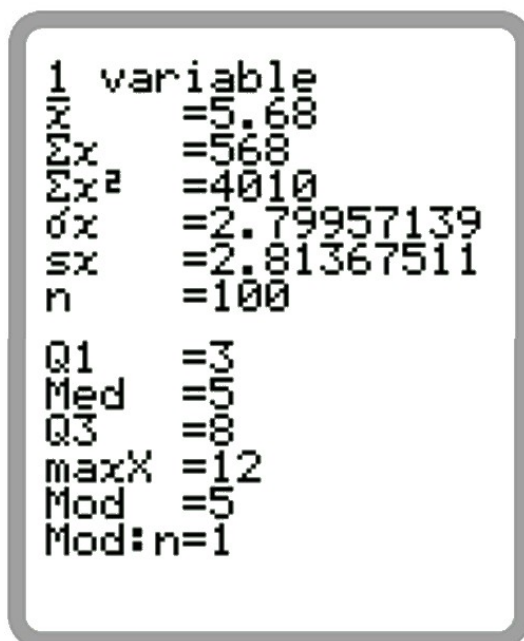
Le premier quartile est la première valeur qui dépasse $100 \times \frac{1}{4} = 25$, c'est à dire la 25e valeur. Les effectifs cumulés nous indiquent que cette valeur est atteinte pour un temps d'attente de 2 minutes.

Le troisième quartile est la première valeur qui dépasse $100 \times \frac{3}{4} = 75$, c'est à dire la 75e valeur. Les effectifs cumulés nous indiquent que cette valeur est atteinte pour un temps d'attente de 6 minutes.

5. Le directeur décide d'ouvrir une caisse supplémentaire si plus de 15 % des clients attendent 7 minutes ou plus en caisse. Doit-il ouvrir une nouvelle caisse le lundi ? **1,5**

Les clients qui attendent 7 minutes ou plus sont au nombre de $12 + 4 + 1 + 2 = 19$ sur un effectif total de 100 personnes ce qui représente 19%. C'est plus que les 15% demandés, il doit ouvrir une caisse.

Partie B - Voici les données statistiques concernant le temps d'attente des clients du vendredi résumée par la capture d'écran d'une calculatrice :



6. A l'aide de cette capture d'écran, donner sans justifier : le temps d'attente moyen , la médiane, le premier et le troisième quartile et l'écart-type. 1 (-0,25 par erreur)

temps d'attente moyen : 5,68

médiane : 5

premier quartile : 3

troisième quartile : 8

écart-type : 2,79957139

Partie C - Les clients qualifient d'acceptable un temps d'attente inférieur ou égal à 5 minutes. Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse :

7. "Le vendredi, au moins un quart des clients ont un temps d'attente inférieur ou égal à 3 minutes en caisse." 1

Le vendredi le premier quartile est de 3 minutes. Cela signifie effectivement qu'au moins un quart des temps d'attente sont égaux ou inférieurs à 3 minutes. L'affirmation est vraie.

8. "Il y a autant de clients qui trouvent le temps d'attente acceptable le lundi et le vendredi." 1

Le lundi il y a 73% des clients qui trouvent le temps d'attente acceptable.

Le vendredi on sait que la médiane vaut 5 donc la moitié au moins des clients trouvent le temps d'attente acceptable.

On est plutôt éloigné de l'égalité parfaite, l'affirmation est fausse.

Exercice 3:

6 points

Cet exercice est à choix multiples. Placer pour chaque question, **sans justifier**, la lettre correspondant à la bonne réponse dans la dernière colonne. Une bonne réponse rapporte 0,75 point et une mauvaise réponse fait perdre 0,25 point. **0,75 par question**

Question	A	B	C	D	Réponse
Développer $(4x - 3)(1 - 3x)$	$-12x^2 + 13x - 3$	$4x + 9x$	$25x^2 - 3$	$x - 3$	A
Factoriser $(2x - 1)(x + 7) - (2x - 1)(3x - 2)$	$(2x - 1)(-2x + 5)$	$2x(-2x + 8)$	$2x(-2x + 4)$	$(2x - 1)(-2x + 9)$	D
La forme développée de $(x + 3)^2$ est	$x^2 + 3$	$x^2 + 9$	$x^2 + 6x + 9$	$x^2 + 6x - 9$	C
La forme factorisée de $4x^2 - 16$ est	$(2x - 4)^2$	$(4x - 4)^2$	$(4x + 4)(4x - 4)$	$(2x + 4)(2x - 4)$	D
La solution de l'équation $4x - 1 = x + 5$ est	0	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{3}$	B
Les solutions de l'équation $(2x + 1)(4 - 5x) = 0$ sont	-0,5 et 0,8	-3 et 1	1 et 4	2 et -5	A
Soit $I =]-\infty; 3]$ et $J =]-2; 5]$ deux intervalles.	$I \cap J = [-2; 3]$	$I \cap J =]-2; 3]$	$I \cap J =]-\infty; 5]$	$I \cap J =]-\infty; 5[$	B
Soit $I =]-\infty; 3]$ et $J =]-2; 5]$ deux intervalles.	$I \cup J = [-2; 3]$	$I \cup J =]-2; 3]$	$I \cup J =]-\infty; 5]$	$I \cup J =]-\infty; 5[$	C

Exercice 4:

4,5 points

Toutes les questions sont indépendantes et seront à justifier soigneusement.

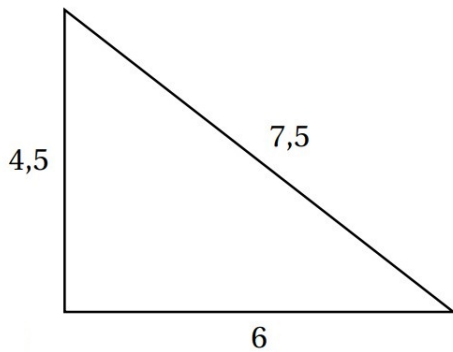
- Déterminer le taux d'évolution d'un article passant de 150€ à 120€. **1**
On procède en appliquant la formule : $\frac{V_A - V_D}{V_D} \times 100 = \frac{120 - 150}{150} \times 100 = -20$.
C'est une baisse de 20%.
- Le nombre d'habitants d'une ville a été multiplié par 1,3, déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre d'habitants. **0,5**
Le pourcentage d'augmentation est de 30%. En effet : $(1,3 - 1) \times 100 = 30$.
- Déterminer le taux d'évolution global de deux augmentations successives de 40% puis de 60%. **1,5**
Pour cela on va utiliser les coefficients multiplicateurs qui sont respectivement de 1,4 et de 1,6. En effet il s'obtient en faisant $1 + \frac{40}{100} = 1,4$ et $1 + \frac{60}{100} = 1,6$.
Appliquer les deux hausses revient à multiplier ces deux coefficients multiplicateurs : $1,4 \times 1,6 = 2,24$.
On obtient un taux global de $(2,24 - 1) \times 100 = 124\%$.
- Déterminer le taux d'évolution réciproque d'une masse augmentant de 25%. **1,5**
Le taux d'évolution réciproque d'une hausse de 25% est une baisse de 20%. Cela s'obtient en utilisant à nouveau le coefficient multiplicateur qui vaut ici 1,25 pour la hausse. Sa réciproque a pour coefficient multiplicateur $\frac{1}{1,25} = 0,8$ qui correspond bien à une baisse de 20% : $(0,8 - 1) \times 100 = -20\%$.

Exercice 5:

6 points

Les trois questions sont indépendantes.

1. Le triangle ci-dessous est-il rectangle ? Justifier soigneusement. 2



D'après le théorème de Pythagore on sait que le triangle est rectangle si et seulement si sa plus grande longueur de côté au carré vaut exactement la somme des deux autres côtés chacun mis au carré. Plus précisément :

$$7,5^2 = 56,25$$

$$4,5^2 + 6^2 = 56,25$$

Les deux valeurs trouvées sont égales, le triangle est bien rectangle.

2. Dans un triangle ABC , rectangle en A , on sait que :

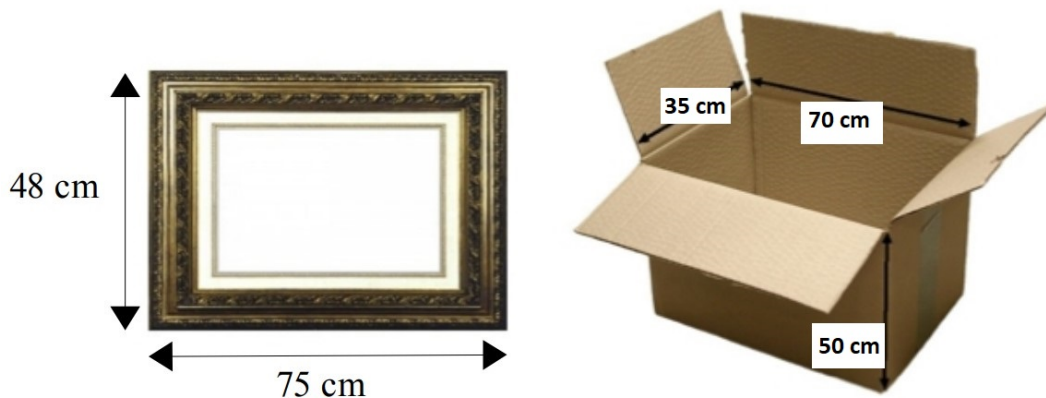
- La longueur AB vaut 28cm.
- La longueur AC vaut 45cm.

Que vaut l'angle $\widehat{ABC}$? 2

Ce triangle étant rectangle en A on sait que $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{AB}{BC} = \frac{45}{28}$

On a ainsi $\widehat{ABC} = \tan^{-1}\left(\frac{45}{28}\right) \approx 58,1$

3. Pour transporter un cadre de dimensions 75cm $\times$ 48cm, j'ai trouvé un carton de dimensions 70cm $\times$ 35cm $\times$ 50cm. Le cadre pourra-t-il rentrer dans le carton ? 2



Le carton étant un parallélépipède rectangle, le triangle formé par les côtés de taille 35 cm et 70 cm est rectangle et a pour diagonale :

$\sqrt{35^2 + 70^2} \approx 78,26$ cm. C'est suffisant pour contenir les 75 cm du tableau et celui ci rentre en hauteur puisque ses 48 cm ne dépassent pas les 50 cm du carton.

Exercice 6:

3 points

Une famille souhaite construire une maison sur un terrain de forme rectangulaire de 450 m^2 selon le plan ci-contre.

$ABCD$ est un carré et $EFGH$ est un rectangle.

Déterminer les dimensions de la maison pour que la surface du jardin soit 4 fois plus grande que la surface au sol de la maison. 3

Le terrain fait 450 m^2 et on souhaite que la surface du jardin soit 4 fois plus grande que celle de la maison. Cette dernière occupe donc un cinquième de la surface totale et le jardin les quatre cinquièmes restants (ce qui est 4 fois plus grand).

La maison occupe ainsi une surface de $\frac{450}{5} = 90 \text{ m}^2$

Elle est de plus de forme carrée donc la longueur de son côté est de $\sqrt{90} \approx 9,487 \text{ m}$ de côté.

