

DS de Mathématiques

Durée 1 heure

Exercice 1. (8 points)

Dans un repère orthonormé, on considère les trois points $A(-2;0)$, $B(-0,5;2)$ et $C(52;52)$.

1. Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5 - (-2) \\ 2 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Donner les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

$ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

On obtient donc les coordonnées de D en appliquant le vecteur $\overrightarrow{BA}$ à partir de C . Cela donne :

$$D = (x_C + x_{\overrightarrow{BA}}; y_C + y_{\overrightarrow{BA}}) = (52 + 1,5; 52 + 2) = (53,5; 54)$$

3. Donner les coordonnées de E milieu de $[AC]$.

On applique directement la formule :

$$E = \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 52}{2}; \frac{0 + 52}{2} \right) = (25; 26)$$

4. Donner la distance entre A et C .

On applique directement la formule :

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(52 - (-2))^2 + (52 - 0)^2} = \sqrt{5620} \approx 74,97$$

5. Compléter les coordonnées de F afin que A , C et F soient alignés : $F(-100; \quad)$.

Pour que ces points soient alignés il faut que les vecteurs qui passent par ces points soient colinéaires. Or :

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 52 - (-2) \\ 52 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 54 \\ 52 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} -100 - (-2) \\ y_F - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -98 \\ y_F \end{pmatrix}$$

On obtient y_F avec un simple produit en croix :

$$y_F = \frac{-98 \times 52}{54} = \frac{2548}{27} \approx -94,37$$

Exercice 2. (5 points)

1. Quelle est l'expression de la fonction carré? $f(x) =$

$$x^2$$

2. Quel nom porte la courbe de la fonction inverse?

Hyperbole

3. Quel est l'ensemble de définition de la fonction racine carrée?

$\mathbb{R}$

4. Donner le tableau de variations de la fonction cube.

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3		

Exercice 3. (4 points)

$$f(x) = (x - 5)(x - 12).$$

1. Donner la forme développée de $f(x)$.

$$x^2 - 5x - 12x + 60 = x^2 - 17x + 60$$

2. Quelles sont les solutions de $f(x) = 60$?

$$f(x) = 60$$

$$x^2 - 17x + 60 = 60$$

$$\Rightarrow x^2 - 17x = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 17) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ ou } x - 17 = 0$$

Les deux solutions sont 0 et 17.

Exercice 4. (3 points)

À la piscine, il existe un tarif enfant à 4 € et un tarif adulte à 6 €. Il est entré aujourd'hui 256 personnes et la recette s'élève à 1 248 euros. Quel est le nombre d'entrées de chaque sorte?

On note e le nombre d'enfants et a le nombre d'adultes.

$$\begin{cases} e + a = 256 \\ 4e + 6a = 1248 \end{cases}$$

On multiplie par deux la première ligne et on divise par deux la deuxième pour avoir un élément commun (le e).

$$\begin{cases} 2e + 2a = 512 \\ 2e + 3a = 624 \end{cases}$$

On soustrait les deux lignes ce qui donne :

$$2e - 2e + 2a - 3a = 512 - 624 \Rightarrow -a = -112$$

Ainsi le nombre d'adultes est de 112. On en déduit que le nombre d'enfants est de $256 - 112 = 144$.