

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1.	/2	1. et 2.	/2	Global	/2
2.	/3	3. à 5.	/3		
		6. et 7.	/3		
		8. et 9.	/3		
		10.	/2		

Exercice 1.

Pour chacune des suites arithmétiques ci-dessous donner :

- sa raison
- son premier terme
- la valeur du terme de rang 100.

1. $a_n = -37 + 5n$.

La raison est directement visible sur l'équation écrite, c'est 5.

De même pour le premier terme qui vaut -37.

Quant au terme de rang 100 il vaut $a_{100} = -37 + 5 \times 100 = 463$

2. $b_1 = 74$; $b_6 = 39$.

Il faut commencer par trouver la raison. La suite diminue de $39 - 74 = -35$ en 5 étapes donc de $\frac{-35}{5} = 7$ à chaque étape. La raison vaut -7.

Le premier terme est $b_0 = b_1 + 7 = 74 + 7 = 81$.

Enfin le terme de rang 100 vaut $b_{100} = 81 - 7 \times 100 = -619$

Exercice 2.

Pour un abonnement internet illimité, un opérateur propose les prix suivants : 40 € de frais d'établissement de ligne et 30 € par mois d'abonnement. On modélise la somme payée au total après n mois d'abonnement avec une suite u_n arithmétique.

1. Quel est le budget si on installe simplement la ligne, après 0 mois d'abonnement ?

Uniquement 40 euros pour l'installation.

2. Quel est le budget à prévoir après 1 mois d'abonnement ?

40 euros d'installation plus 30 euros pour un mois donc 70 euros.

3. Pourquoi peut-on modéliser cette situation à l'aide d'une suite arithmétique ?

Car la somme payée au total augmente de 30 chaque mois.

4. Quelle est la raison de cette suite arithmétique ?

30 puisqu'on ajoute 30 chaque mois.

5. Quel est le premier terme (u_0) de cette suite arithmétique ?

40, c'est la somme payée même après 0 mois.

6. Donner la formule par récurrence (u_{n+1} en fonction de u_n) qui correspond à cette situation.
 $u_{n+1} = u_n + 30$
7. Donner la formule explicite (u_n en fonction de n) qui correspond à cette situation.
 $u_n = 40 + 30n$
8. Calculer u_{30} . Que représente ce nombre dans le contexte de l'exercice?
 $u_{30} = 40 + 30 \times 30 = 940$ euros payés après 30 mois d'abonnement.
9. Quel est le budget à prévoir après 10 ans d'abonnement?
 10 ans représente 120 mois. On calcule donc $u_{120} = 40 + 30 \times 120 = 3640$ euros payés au bout de 10 ans si le tarif n'évolue pas.
10. Au bout de combien de temps le budget total aura dépassé 2 000 €?
 On cherche à avoir $u_n > 2000$ Il reste à remplacer u_n par la formule donnée dans la question 7. et à résoudre l'équation :
 $40 + 30n > 2000$
 $30n > 2000 - 40$
 $30n > 1960$
 $n > \frac{1960}{30}$

Or $\frac{1960}{30} \approx 65,3$ donc ce sera au bout de 66 mois que la somme payée au total aura dépassé 2 000 euros.