

Exercice 1:

7,5 points

Pour cet exercice répondez directement sur le sujet.

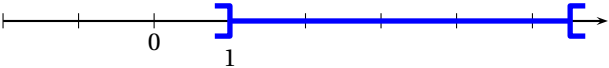
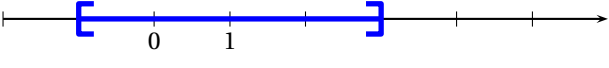
1. Compléter en utilisant les signes $\in$ ou $\notin$.

$$\begin{array}{llll} 1,8 \in \mathbb{R} & \frac{9}{7} \in [-1; 2] & \sqrt{24} \notin \mathbb{Z} & 4 \notin [-2; 8] \cap]1; 3[\\ 3 \in [-2; 7[& \frac{\pi}{2} \notin \mathbb{Q} & -1 \in \mathbb{D} & 10 \in [0; 5] \cup [6; +\infty[\end{array}$$

2. Répondre par Vrai ou Faux aux deux affirmations suivantes :

- a. Si $x \in [6; 7; +\infty[$ alors $x \in [6; +\infty[$ VRAI
b. Si $x \in \mathbb{Q}$ alors $x \in \mathbb{Z}$ FAUX

3. Compléter le tableau suivant :

Ensemble étudié	Représentation	Intervalle
$[2; 5,5] \cup]1; 3[$		$]1; 5,5]$
$[-2; 3] \cap [-1; +\infty[$		$[-1; 3]$

Exercice 2:

9 points

- $\frac{7}{100} \times 135 = 9,45$. En 2022, chaque jour un habitant de Loire Atlantique a bu 9,45 litres d'eau.
- $\frac{97\,804}{0,66} \simeq 148\,188$. La population totale de la Loire Atlantique en 2022 était de 148 188 personnes.
- Le prix du baril de pétrole était de 122 euros le 7 juin 2023 et de 87 euros le 22 octobre 2023.
 - Le prix entre ces deux dates a diminué de 35 euros.
 - Le taux d'évolution du prix entre ces deux dates est $\frac{87 - 122}{122} \simeq -0,2869$.
Soit une baisse de 28,7 %.
 - Le coefficient multiplicateur associé à cette baisse est $1 - \frac{28,69}{100} = 0,7131$.
- Le prix du baril de pétrole a augmenté de 19 % durant l'année 2021 et de 42 % durant l'année 2022.
 - Le coefficient multiplicateur global correspondant à ces deux hausses successives est :
$$c = \left(1 + \frac{19}{100}\right) \times \left(1 + \frac{42}{100}\right) = 1,6898$$

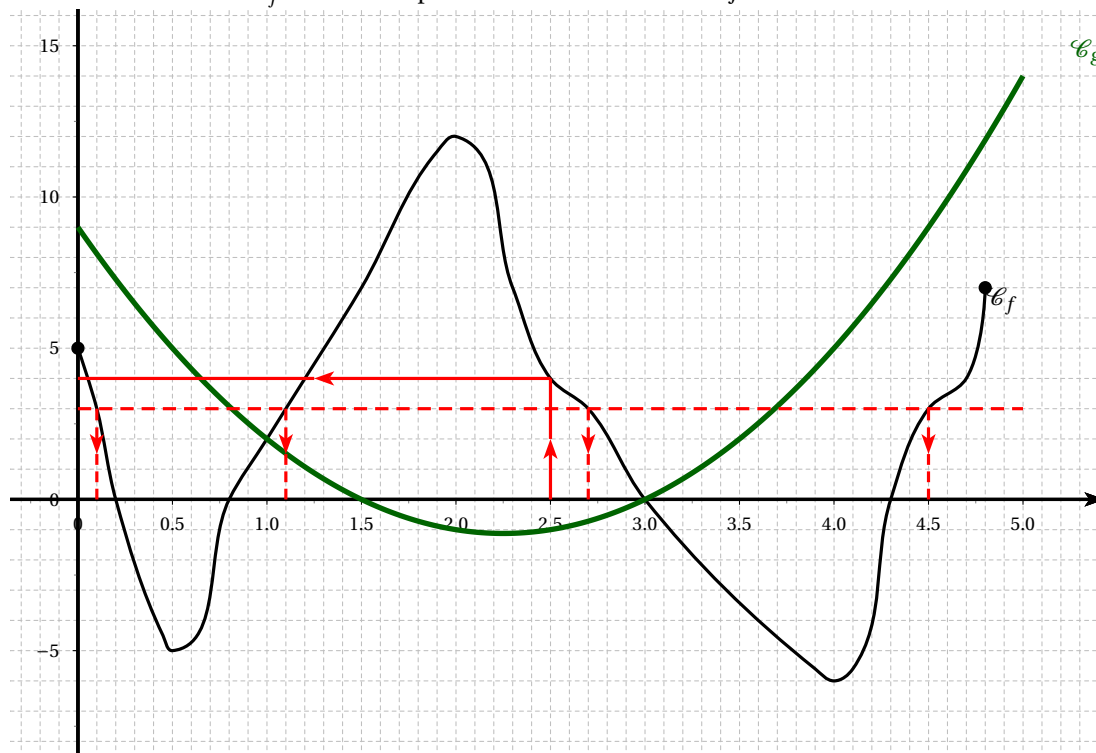
Le taux global équivalent à ces deux hausses successives est $t = c - 1 = 0,6898 = 68,98$ %.
 - Le prix du baril en 2022 était $42 \times 1,6898$ soit 70,97 euros.
 - Pour compenser la dernière hausse de 42 % il faut diviser la valeur par 1,42 ce qui revient à la multiplier par $\frac{1}{1,42} \simeq 0,7042$. Le taux d'évolution correspondant est $0,7042 - 1 = -0,2958$ soit une baisse de 29,58 %?
- Entre janvier 2021 et décembre 2023 le prix du baril de pétrole a été multiplié par 1,29.
Entre janvier 2021 et décembre 2022 le prix du baril de pétrole a été multiplié par 1,6898 (calculé au a)
Lors de l'année 2023 le prix du baril de pétrole a été multiplié par $\frac{1,29}{1,6898} \simeq 0,7634$
Le taux d'évolution de ce prix lors de l'année 2023 est donc $0,7634 - 1 = -0,2366$ soit une baisse de 23,66 %.

Exercice 3:

11 points

Partie A

On donne ci-dessous $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f .



1. L'ensemble de définition de la fonction f est $\mathcal{D}_f = [0 ; 4,8]$.
2. • L'image de 2,5 par la fonction f est 4 .
• 3 a quatre antécédents par la fonction f qui sont 0,1 ; 1,1 et 2,7 et 4,5.
3. Tableau de variation de f .

x	0	0,5	2	4	4,8
$f(x)$	5	-5	12	-6	7

4. Déterminer graphiquement le tableau de signe de $f(x)$.

x	0	0,2	0,8	3	4,3	4,8
$f(x)$	+	0	-	0	+	0

5. On appelle g la fonction définie sur $[0 ; 5]$ par $g(x) = 2x^2 - 9x + 9$

Tableau de valeur :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$g(x)$	9	5	2	0	-1	-1	0	2	5	9	14

6. Tracer de la représentation graphique de la fonction g , voir ci-dessus.
7. • $f(x) = g(x)$ pour $x = 1$ et $x = 3$.
• $f(x) < g(x)$ pour $x \in [0 ; 1[\cup]3 ; 4,8]$.

Partie B

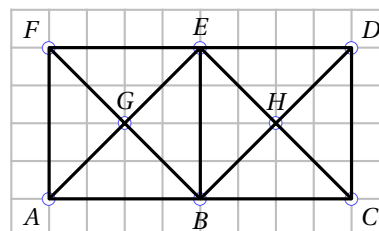
1. $h(x) > 0$ pour $x \in [0 ; 2[\cup]4 ; 5]$
2. Le minimum de cette fonction h sur $[0 ; 5]$ est -2 atteint en $x = 3$.
3. Le maximum de h sur l'intervalle $[2 ; 5]$ est 3.

Exercice 4:

10.5 points

Partie 1

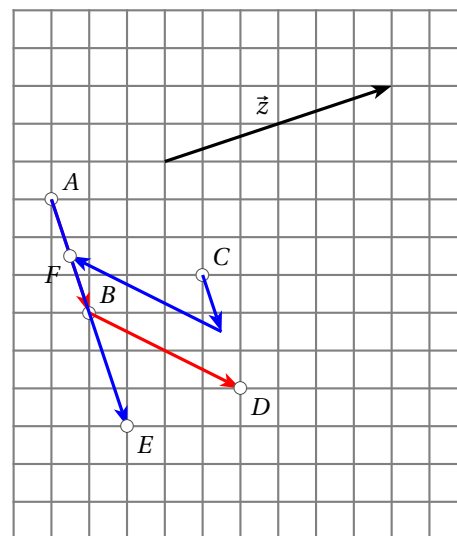
1. $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{HB}$.
2. $\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GD}$.
3.
 - a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$
 - b. $\overrightarrow{CH} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{CG}$
 - c. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{GB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{AB}$
 - d. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} - 2\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{DF}$



Partie 2

1. Voir figure ci-dessus.
2. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ donc le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
3. $\overrightarrow{EA} = -2\overrightarrow{AB} \iff \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.
4.
 - a.

$$\begin{aligned} \vec{z} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DB} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} \\ &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \\ &= 2\overrightarrow{BC} \end{aligned}$$
 - b. Construction du représentant du vecteur $\vec{z}$, voir ci-contre.



Exercice 5:

$HGKB$ est un carré de côté $5 - x$ son aire est $(5 - x)^2$.

FGE est un triangle rectangle isocèle en G son aire est $\frac{x^2}{2}$

On a donc
$$\begin{aligned} f(x) &= (x-5)^2 + \frac{x^2}{2} \\ &= x^2 - 10x + 25 + \frac{x^2}{2} \\ &= \frac{3x^2}{2} - 10x + 25 \end{aligned}$$

2 points

