

Exercice 1:

7,5 points

1. a. Le montant de l'amende payée par l'entreprise en 2009 est $u_1 = 26500 + 5000$ soit 31 500 euros.
Le montant de l'amende payée par l'entreprise en 2010 est $u_2 = 31500 + 5000$ soit 36 500 euros. **0,5+0,5**
- b. Tous les ans l'amende augmente de 5000 euros donc la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 5000$ et de premier terme $u_0 = 26000$. **0,5 nature +0,5 justification +0,5 raison**
2. a. La production de déchets polluants de l'entreprise en 2021 est $v_1 = 0,95 \times v_0 = 0,95 \times 29000 = 27750$. **1**
- b. Diminuer de 5% revient à multiplier par 0,95 donc pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = 0,95v_n$. **0,5**
- c. Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $v_0 = 29000$. **0,25**
Pour tout entier naturel n on a : $v_n = 29000 \times 0,95^n$. **0,75 (0,5 si seulement = $v_0 q^n$ sans valeur**
- d. $v_6 \approx 21317$ et $v_7 \approx 20251$. Donc le dirigeant de l'entreprise affirme à raison à partir de 2027 l'entreprise produira moins de 21 000 tonnes de déchets donc ne paiera plus d'amende. **1**
- e. Entre 2008 et 2026 compris, le montant total des amendes versées par cette entreprise est :

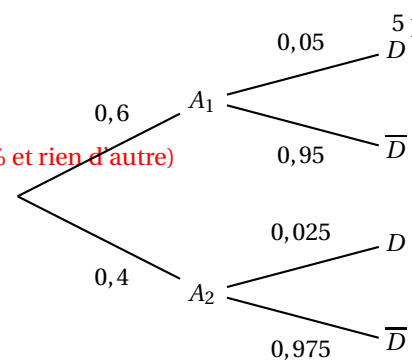
$$\begin{aligned}
 u_0 + u_1 + \dots + u_{18} &= 19 \times \frac{u_0 + u_{18}}{2} && \mathbf{1,5} \\
 &= 19 \times \frac{26500 + 26500 + 18 \times 5000}{2} \\
 &= 1358500
 \end{aligned}$$

Exercice 4:

5 points

Partie A

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-contre : **1 (0,25 si 60 et 40 sans % et rien d'autre)**
2. La probabilité qu'un stylo provienne de l'atelier A1 et possède un défaut de fabrication vaut :
 $P(A_1 \cap D) = 0,6 \times 0,05 = 0,03$ **1**
3. La probabilité qu'un stylo possède un défaut de fabrication est :
 $P(D) = P(A_1 \cap D) + P(A_2 \cap D)$ **1**
 $= 0,03 + 0,04 \times 0,025$
 $= 0,04$



Partie B

1. Le choix d'un stylo correspond à une épreuve de Bernoulli avec la probabilité de succès (avoir un défaut) $p = 0,04$. On effectue 10 fois successivement de façons identiques et indépendantes cette épreuve de Bernoulli. La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale $B(10; 0,04)$. **4X0,25**
2. La probabilité qu'il y ait au plus 2 stylos possédant un défaut dans un paquet de 10 stylos est $P(X \leq 2) \approx 0,9938$. **1**

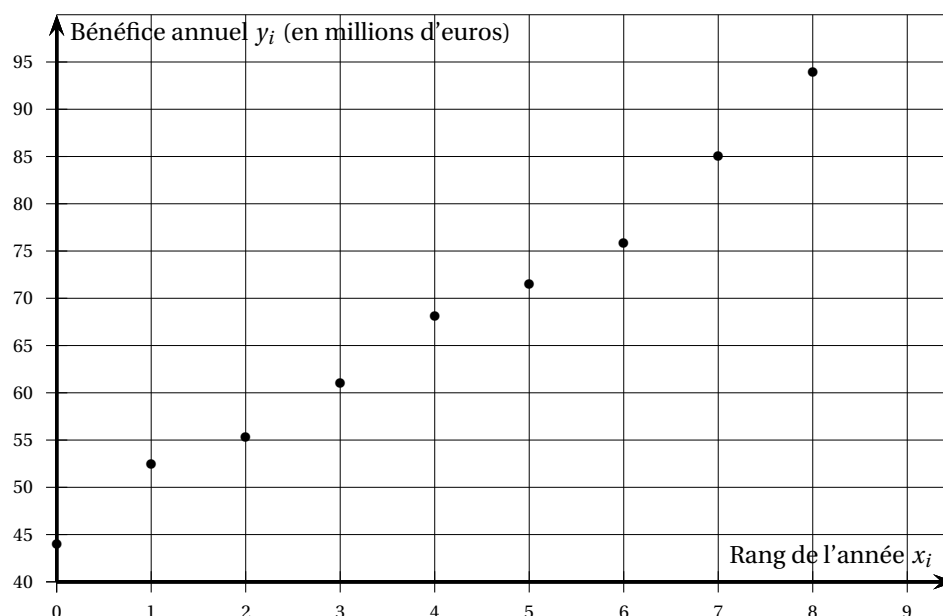
Exercice 2:

4,5 points

Les bénéfices annuels, en millions d'euros pour les années 2002 à 2010, d'une entreprise spécialisée dans la sécurité informatique sont donnés dans le tableau suivant.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Bénéfice annuel y_i (en millions d'euros)	44	52,5	55,3	61	68,1	71,5	75,8	85	94

1. Compléter le nuage de points associé à la série des bénéfices annuels de 2015 à 2023; **4X0,25**



2. Une équation de la droite (d) d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est :

$$y = 5,817x + 4,2 \quad \text{1 et 0,75 si 5,816...}$$

3. Pour la suite, on admettra que la droite (d_2) a pour équation $y = 5,82x + 44,2$.

- a. Le bénéfice annuel que peut espérer l'entreprise en 2024 est $5,82 \times 9 + 44,2 = 96,58$ millions d'euros. **1**
- b. Pour déterminer à partir de quelle année l'entreprise peut espérer un bénéfice annuel de plus de 200 millions d'euros on résout l'inéquation $5,82x + 44,2 > 200$

$$\begin{aligned} \text{Équation qui équivaut à : } 5,82x > 155,8 &\iff x > \frac{155,8}{5,82} \\ &\iff x > 26,8 \end{aligned}$$

C'est donc en pour $x = 27$ donc en 2042 que l'entreprise peut espérer plus de 200 millions de bénéfice annuel. **1,5-0,25 si erreur d'année**

Exercice 3:

3 points

1. 18 mois correspondent à 1,5 années et $f(1,5) \approx 9113$ **1** donc au bout de 18 mois environ 9113 vélos sont toujours en circulation.

2. a. Le nombre de vélos en circulation deviendra inférieur à 2000 quand $10000 \times 0,94^x \leq 2000 \iff 0,94^x \leq \frac{2000}{10000}$ ce qui revient à résoudre l'inéquation $0,94^x \leq 0,2$. **0,75**

- b. $0,94^x \leq 0,2 \iff \log(0,94^x) \leq \log(0,2)$ **0,25 pour log +0,25 pour xlog0,25 pour inversion in-**
 $\iff x \log(0,94) \leq \log(0,2)$
 $\iff x \geq \frac{\log(0,2)}{\log(0,94)}$ car $\log(0,94) < 0$
 $\iff x \geq 26,01$

égalité et 0,25 pour 26,01

Donc il restera moins de 2000 vélos en circulation un peu plus de 26 ans après la mise en service. **0,25**