

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1. et 2.	/3		/6		/2
3. et 4.	/3				
5.	/1,5				
6.	/1,5				
7.	/3				

Nom et prénom :

Exercice 1. (12 points)

- Simplifier au maximum : $\frac{e^2 \times (e^5)^3}{e^7}$
 $= e^{2+5 \times 3 - 7} = e^{10}$
- Simplifier au maximum : $\frac{(2^{100} \times 2^5)^3 \times 2}{(3^{20} \times 2^5)^2}$
 $= 2^{(100+5) \times 3 + 1 - 5 \times 2} \times 3^{-20 \times 2} = 2^{306} \times 3^{-40}$
- Quel est le sens de variation de la fonction $0,5 \times e^x$.
 Elle est croissante car la base, e , est supérieure à 1.
- Quel est le sens de variation de la fonction $0,5^x \times 1500$.
 Elle est décroissante car la base, $0,5$, est entre 0 et 1.
- Donner la dérivée de $f(x) = e^{5x^3 + \cos(x) - 12}$.
 $f'(x) = (15x^2 - \sin(x)) e^{5x^3 + \cos(x) - 12}$
- Pour quelle valeur de x , **au centième près**, a-t-on $e^{x + \cos(x)} = 10000$.
 L'image de 10,031 vaut 9988 environ et l'image de 10,032 vaut 10004 environ. Au centième près la solution est donc 10,03.
- Donner la primitive de $g(x) = 2x \times e^{5x^2 - 12}$ telle que $G(0) = 2$.
 $G(x) = 0,2 \times e^{5x^2 - 12} + c$
 De plus $G(0) = 0,2 \times e^{5 \times 0^2 - 12} + c = 0,2 \times e^{-12} + c = 2$
 Donc $c = 2 - 0,2 \times e^{-12}$
 - Quelle est alors la valeur de l'intégrale $\int_0^{10} g(x) dx$.
 Cette intégrale vaut $G(10) - G(0) = G(x) = 0,2 \times e^{5 \times 10^2 - 12} + 2 - 0,2 \times e^{-12} - 2$
 $= 0,2 \times e^{488} - 0,2 \times e^{-12}$

Exercice 2. (6 points)

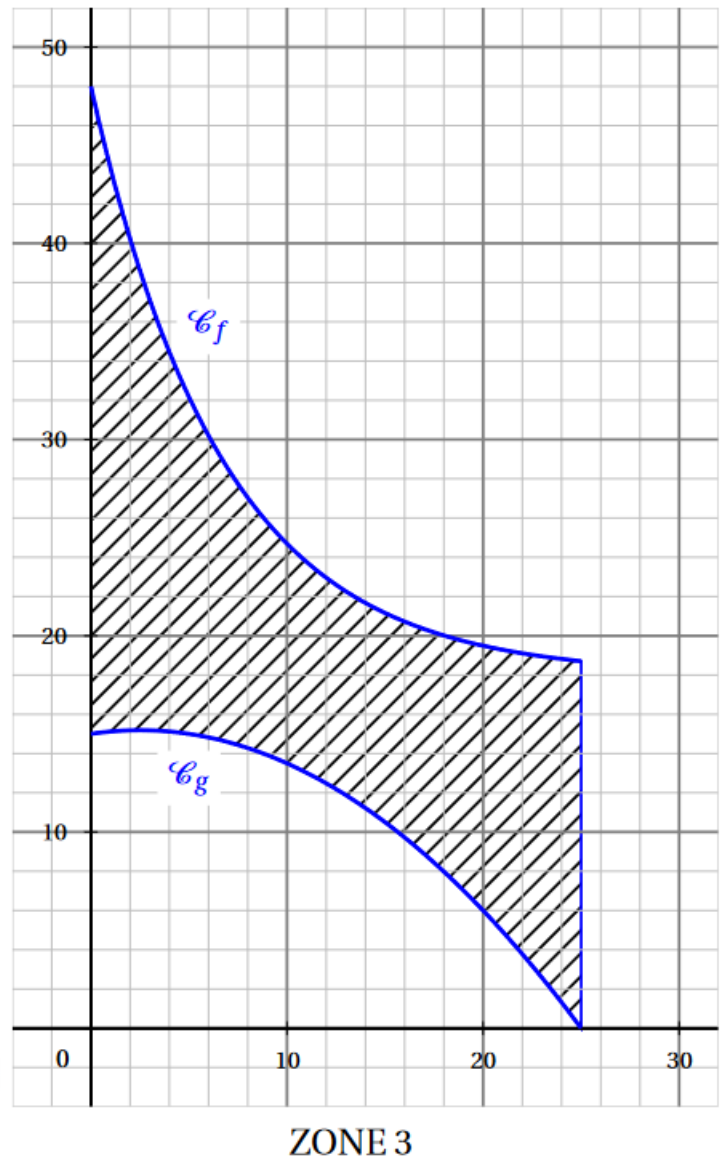
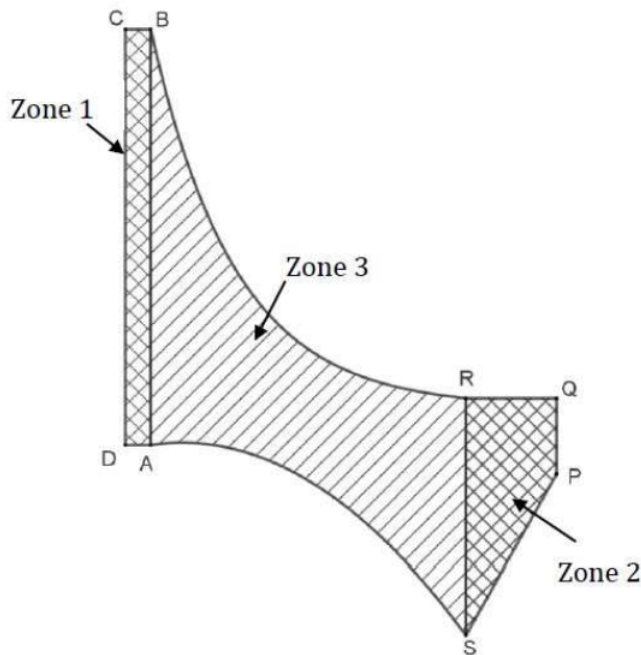
Pour récupérer le plastique se trouvant dans les mers et les océans, un navire expérimental, s'inspirant de la forme des raies mantas, est en projet : le *Manta*. Son rôle serait de collecter les déchets plastiques flottant en surface.

Le *Manta* est prévu pour produire lui-même l'énergie nécessaire à son fonctionnement, grâce entre autres, à des panneaux solaires.

Le schéma au verso représente la surface de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.

On a partagé cette surface en 3 zones :

- la zone 1 : un rectangle ABCD, tel que $AB = 35$ m et $BC = 2$ m ;
- la zone 2 : un trapèze rectangle PQRS, tel que $PQ = 6$ m ; $RQ = 7,2$ m et $RS = 18,7$ m ;
- la zone 3, qui a été modélisée, et dont la surface, dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1 mètre correspond à la partie du plan limitée par :
 - les droites d'équations $x = 0$ et $x = 25$,
 - la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f définie sur $[0 ; 25]$ par $f(x) = 30e^{-0,15x} + 18$
 - la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ de la fonction g définie sur $[0 ; 25]$ par $g(x) = -0,03x^2 + 0,15x + 15$.



En expliquant votre démarche déterminer la surface totale de panneaux solaires sur le flanc droit du navire. Donner la valeur **exacte** puis une valeur **approchée** au m^2 près.

Zone 1 : L'aire vaut $35 \times 2 = 70m^2$.

Zone 2 : L'aire vaut $\frac{(6 + 18,7) \times 7,2}{2} = 88,92m^2$.

Zone 3 : L'aire se trouve grâce à l'intégrale de $f - g$ entre 0 et 25 puisque la courbe de f est au dessus de celle de g .

$$\begin{aligned}f(x) - g(x) &= 30e^{-0,15x} + 18 - (-0,03x^2 + 0,15x + 15) = 30e^{-0,15x} + 18 + 0,03x^2 - 0,15x - 15 \\&= 30e^{-0,15x} + 0,03x^2 - 0,15x + 3\end{aligned}$$

Une primitive de cette fonction est : $F(x) - G(x) = -200 \times e^{-0,15x} + 0,01x^3 - 0,075x^2 + 3x$

$$\text{Or } F(0) - G(0) = -200 \times e^{-0,15 \times 0} + 0,01 \times 0^3 - 0,075 \times 0^2 + 3 \times 0 = -200$$

$$\begin{aligned}\text{et } F(25) - G(25) &= -200 \times e^{-0,15 \times 25} + 0,01 \times 25^3 - 0,075 \times 25^2 + 3 \times 25 \\&= -200 \times e^{-3,75} + 156,25 - 46,875 + 75 = -200 \times e^{-3,75} + 184,375 \approx 179,67\end{aligned}$$

$$\text{L'aire de la zone 3 est donc : } 179,67 - (-200) = 379,67m^2$$

$$\text{L'aire totale est donc au mètre carré près de } 70 + 88,92 + 379,67 \approx 539m^2$$