

# DS de Mathématiques

## Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

| Exercice 1 | Barème | Exercice 2 | Barème | Exercice 3 | Barème | Communiquer | Barème |
|------------|--------|------------|--------|------------|--------|-------------|--------|
| 1.2.       | /2     | 1.         | /1     | 1.2.       | /1,5   | global      | /2     |
| 3.4.       | /1     | 2.         | /1     | 3.         | /1,5   |             |        |
| 5.         | /2     | 3.         | /1,5   | 4.         | /1,5   |             |        |
| 6.7.       | /2     | 4.         | /1,5   | 5.         | /1,5   |             |        |

### Exercice 1. (7 points)

1. Donner la dérivée de la fonction  $f(x) = \ln(3x^2 - 15x + 8)$ .
2. Donner une primitive de la fonction  $g(x) = \frac{8x}{4x^2 + 1}$ .
3. La fonction  $20 \times \ln(-7x + 28)$  est croissante ou décroissante ?
4. La fonction  $-7 \times \ln(0,2x - 1)$  est croissante ou décroissante ?
5. Résoudre  $200 \times 0,95^x < 70$  en donnant la valeur exacte puis la valeur approchée à  $10^{-1}$ .
6. Compléter les pointillés  $\log(5) + \log(125) - \log(25) = \dots \log(5)$
7. Simplifier comme ci-dessus :  $5\log\left(\frac{1}{5}\right) - 3\log(\sqrt{125}) + 2\log(15^2) = \dots$

### Exercice 2. (5,5 points)

Une ville ayant 200 milliers d'habitants en janvier 2024 a une population qui augmente de 2% par an.

1. Quelle sera la population en janvier 2025 ? Et en janvier 2026 ?
2. Donner l'expression permettant de calculer la population lors de l'année  $2024+n$ .
3. En quelle année cette ville atteindra 300 milliers d'habitants ? Justifier.
4. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il calcule et affiche la réponse à la question précédente.

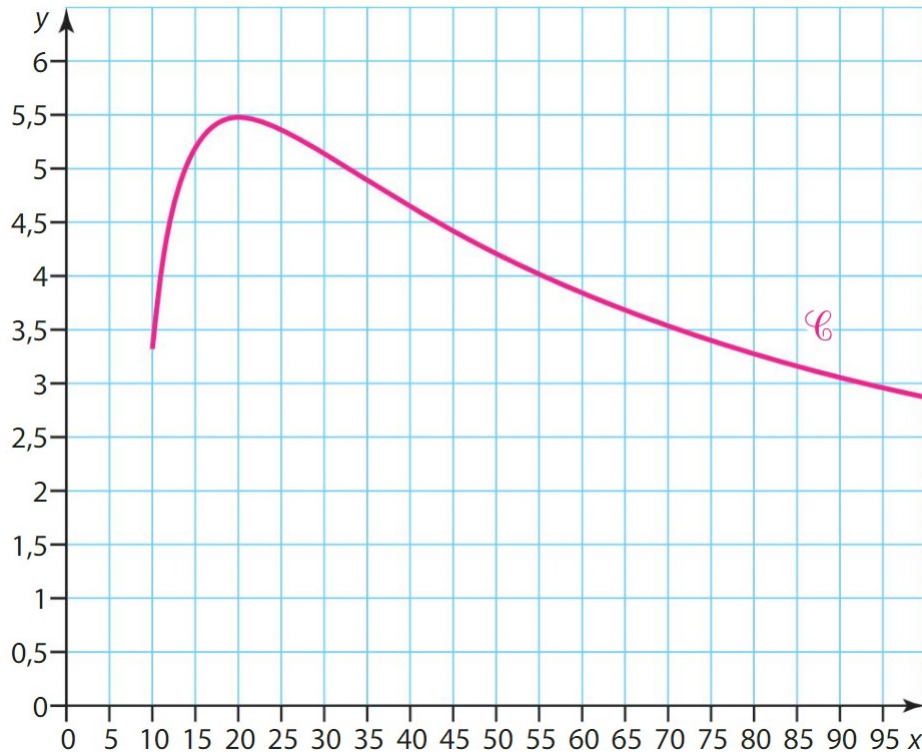
```
a=
b=
while          :
    a=
    b=
print(          )
```

**Exercice 3. (5,5 points)**

La capacité pulmonaire d'une personne est la quantité d'air (mesurée en litres) pouvant être inspirée. Dans le cas d'une inspiration forcée, à partir de 10 ans, la capacité pulmonaire (en litres) d'une personne peut être modélisée en fonction de son âge  $x$  (en années) par la fonction  $f$  définie par :

$$\frac{110(\ln x - 2)}{x}$$

On donne ci-après la courbe représentative de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[10; 100]$  dans un repère orthogonal.



1. A quel âge la capacité pulmonaire est maximale et quelle est cette capacité?
2. A partir de quel âge la capacité pulmonaire devient inférieure à celle d'un enfant de 10 ans?
3. Vérifier que :  $f'(x) = \frac{110(3 - \ln x)}{x^2}$
4. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[10; 100]$ .
5. Déterminer la valeur exacte du maximum de  $f$  puis la valeur arrondie à  $10^{-3}$ .