

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Exercice 3	Barème	Communiquer	Barème
1.2.	/2	1.	/1	1.2.	/1,5	global	/2
3.4.	/1	2.	/1	3.	/1,5		
5.	/2	3.	/1,5	4.	/1,5		
6.7.	/2	4.	/1,5	5.	/1,5		

Exercice 1. (7 points)

1. Donner la dérivée de la fonction $f(x) = \ln(-15x^2 + 3x + 8)$.
2. Donner une primitive de la fonction $g(x) = \frac{4x}{2x^2 + 1}$.
3. La fonction $20 \times \ln(0,2x - 1)$ est croissante ou décroissante?
4. La fonction $-7 \times \ln(-7x + 28)$ est croissante ou décroissante?
5. Résoudre $200 \times 0,95^x < 50$ en donnant la valeur exacte puis la valeur approchée à 10^{-3} .
6. Compléter les pointillés $\log(5) - \log(125) + \log(25) = \dots \log(5)$
7. Simplifier comme ci-dessus : $3\log\left(\frac{1}{5}\right) - 2\log(\sqrt{125}) + 3\log(15^2) = \dots$

Exercice 2. (5 points)

Une ville ayant 300 milliers d'habitants en janvier 2024 a une population qui baisse de 2% par an.

1. Quelle sera la population en janvier 2025? Et en janvier 2026?
2. Donner l'expression permettant de calculer la population lors de l'année $2024+n$.
3. En quelle année cette ville atteindra 200 milliers d'habitants? Justifier.
4. Compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il calcule et affiche la réponse à la question précédente.

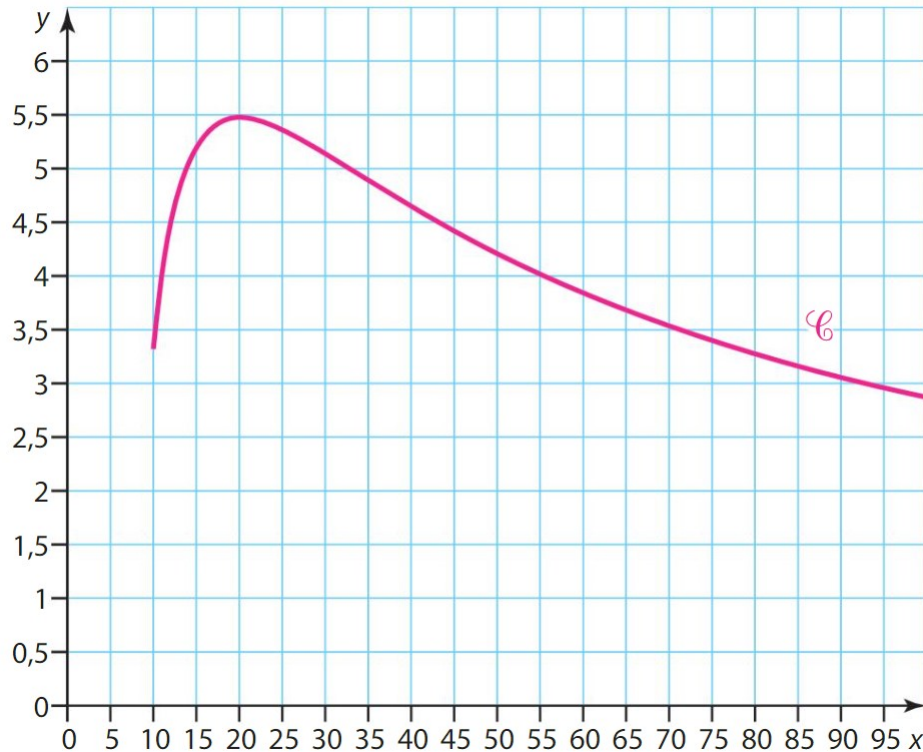
```
a=
b=
while      :
    a=
    b=
print(      )
```

Exercice 3. (6 points)

La capacité pulmonaire d'une personne est la quantité d'air (mesurée en litres) pouvant être inspirée. Dans le cas d'une inspiration forcée, à partir de 10 ans, la capacité pulmonaire (en litres) d'une personne peut être modélisée en fonction de son âge x (en années) par la fonction f définie par :

$$\frac{110(\ln x - 2)}{x}$$

On donne ci-après la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[10; 100]$ dans un repère orthogonal.



1. A quel âge la capacité pulmonaire est maximale et quelle est cette capacité?
2. A partir de quel âge la capacité pulmonaire devient inférieure à celle d'un enfant de 10 ans?
3. Vérifier que : $f'(x) = \frac{110(3 - \ln x)}{x^2}$
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[10; 100]$.
5. Déterminer la valeur exacte du maximum de f puis la valeur arrondie à 10^{-1} .