

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Tout au long du devoir rédiger précisément en justifiant à chaque fois.

Exercice 1	Barème	Exercice 2	Barème	Communiquer	Barème
1.	/1	1. à 4.	/4		/2
2.	/3	5. et 6.	/2		
3.	/2,5	7.	/2		
4.	/1,5	8.	/2		

Nom et prénom :

Exercice 1. (8 points)

1. Calculer la moyenne arithmétique de -325 et de 2234.

$$954,5$$

2. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 22 et telle que $u_{34} = 549$.

Que vaut u_0 ?

Que vaut u_{100} ?

Quand la suite aura dépassé 10 000?

$$u_0 = 549 - 22 \times 34 = -199.$$

$$u_{100} = 549 + 22 \times 66 = 2001.$$

Pour trouver quand la suite aura dépassé 10000, on pose $u_n = 10000$.

$$\text{d'où } -199 + 22 \times n = 10000$$

$$22 \times n = 10000 + 199$$

$$n = \frac{10000 + 199}{22} \approx 463,59$$

La suite dépassera 10000 au terme de rang 464.

3. Soit (v_n) la suite arithmétique telle que $v_4 = 67$ et $v_{36} = -413$.

Que vaut la raison?

Que vaut v_0 ?

Que vaut v_{30} ?

$$v_{36} = v_4 - r \times (36 - 4) = v_4 + r \times 32$$

$$\text{d'où } -413 = 67 + r \times 32$$

$$-413 - 67 = r \times 32$$

$$\frac{-413 - 67}{32} = r$$

$$-15 = r$$

$$v_0 = v_4 - r \times 4 = 67 - (-15) \times 4 = 127$$

$$v_{100} = v_0 + r \times 100 = 127 + (-15) \times 100 = -1373$$

4. Calculer $15 + 26 + 37 + \dots + 884$.

On remarque que $u_0 = 15$ et que la raison vaut $26 - 15 = 11$.

Pour trouver le numéro du terme 884 on fait :

$$u_n = u_0 + r \times n$$

$$884 = 15 + 11 \times n$$

$$884 - 15 = 11 \times n$$

$$\frac{884 - 15}{11} = n$$

$$79 = n$$

On sait donc que cette somme est $u_0 + u_1 + \dots + u_{79}$, elle vaut :

$$\frac{(u_0 + u_n)(n + 1)}{2} = \frac{(15 + 884)(79 + 1)}{2} = 35960$$

Exercice 2. (10 points)

Après les vacances d'été une amie a d'arrêter de fumer progressivement. Elle fume cent quarante cigarettes par semaine habituellement et va réduire progressivement sa consommation de cinq cigarettes par semaine.

1. Montrer que cette situation peut être modélisée par une suite arithmétique.

Elle réduit sa consommation de 5 chaque semaine donc on ajoute bien la même valeur à chaque étape : -5.

2. Donner la raison et le premier terme de cette suite.

La raison vaut -5 comme vu précédemment. Le premier terme est 140.

3. Déterminer l'expression de u_n en fonction de n .

$$u_n = 140 - 5n$$

4. Déterminer l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .

$$u_{n+1} = u_n - 5$$

5. Calculer u_3 . Que représente cette valeur dans le contexte de l'exercice?

$$u_3 = 140 - 5 \times 3 = 125$$

C'est le nombre de cigarettes qu'elle consomme 3 semaines après avoir commencé sa réduction.

6. Combien de cigarettes par semaine Céline fume-t-elle après sept semaines?

Après une semaine sa consommation est de u_1 , après 2 semaines c'est u_2 etc... après 7 semaines c'est $u_7 = 140 - 5 \times 7 = 105$ cigarettes.

7. Au bout de combien de semaines aura-t-elle totalement arrêté de fumer?

On cherche $u_n = 0$:

$$140 - 5n = 0$$

$$-5n = -140$$

$$n = \frac{-140}{-5} = 28 \text{ semaines.}$$

8. Chaque cigarette coûte 60 centimes en moyenne. Calculer la somme d'argent qu'elle a dépensé entre le moment où elle a commencé à réduire sa consommation et l'arrêt total.

Le nombre de cigarettes est au total de :

$$\frac{(u_0 + u_n)(n+1)}{2} = \frac{(140 + 0)(28 + 1)}{2} = 2030$$

Cela correspond à $2030 \times 0,6 = 1218$ €.