

Exercice 1 (6,5 points)

1. Temps moyen : **1**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \times f_i}{\sum f_i} = \frac{20 \times 3 + 25 \times 6 + 30 \times 15 + 35 \times 14 + 40 \times 7 + 45 \times 3 + 50 \times 2}{3 + 6 + 15 + 14 + 7 + 3 + 2} = \frac{1715}{50} = 34,3 \text{ min}$$

2. Médiane :

Les effectifs cumulés donnent : 3, 9, 24, 38, 45, 48, 50.

La médiane est située entre la 25^e et la 26^e valeur. Cette valeur est atteinte pour un temps de 35 minutes.

Donc la médiane est 35 minutes. **1**

Interprétation : 50% des salariés mettent au plus 35 min pour venir. **1**

3. étendue : $50 - 20 = 30 \text{ min}$ **0,5**

4. écart-type :

Avec la calculatrice : $\sigma \approx 7,6 \text{ min}$ **1**

5. Comparaison avec l'autre entreprise :

L'autre entreprise a une moyenne de 38 min et $\sigma = 9$.

Celle du tableau a une moyenne plus faible (34,3) et une variabilité moindre (7,6).

Conclusion : Les trajets sont plus courts et plus homogènes dans la première entreprise. **1**

6. Nouvelle organisation :

Si on retranche 5 à chaque valeur :

— La nouvelle moyenne diminue de 5 : $34,3 - 5 = 29,3$.

— L'écart-type ne change pas puisqu'aucun écart n'a changé. Tous les trajets ont augmentés de la même valeur. **0,5 par valeur +0,5 justifications**

Exercice 2 (8,5 points)

1. $f(x) = (2x - 1)(-x + 1) - 3(-x + 1)$

- (a) i. Factorisation par $(-x + 1)$ qui est un facteur commun : **1**

$$f(x) = (2x - 1)(-x + 1) - 3(-x + 1) = (-x + 1)(2x - 1 - 3) = (2x - 4)(-x + 1)$$

- ii. Tableau de signes : **2**

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$2x-4$		-	0	+	
$-x+1$	+	0	-		
$f(x)$	-	0	+	0	-

- iii. $f(x) > 0 \iff 1 < x < 2$ **1**

- (b) i. En développant : **1**

$$f(x) = (2x - 4)(-x + 1) = -2x^2 + 2x + 4x - 4 = -2x^2 + 6x - 4$$

- ii. $f(x) = -4 \iff -2x^2 + 6x - 4 = -4 \Rightarrow -2x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(-2x + 6) = 0$

$$x = 0 \text{ ou } -2x + 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = 3$$

1

2. (a) On développe : **1**

$$(x + 3)(x - 1) = x^2 - x + 3x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

(b)

$$g(x) \leq h(x) \Leftrightarrow x^2 - 2 \leq -2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2 + 2x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-1) \leq 0$$

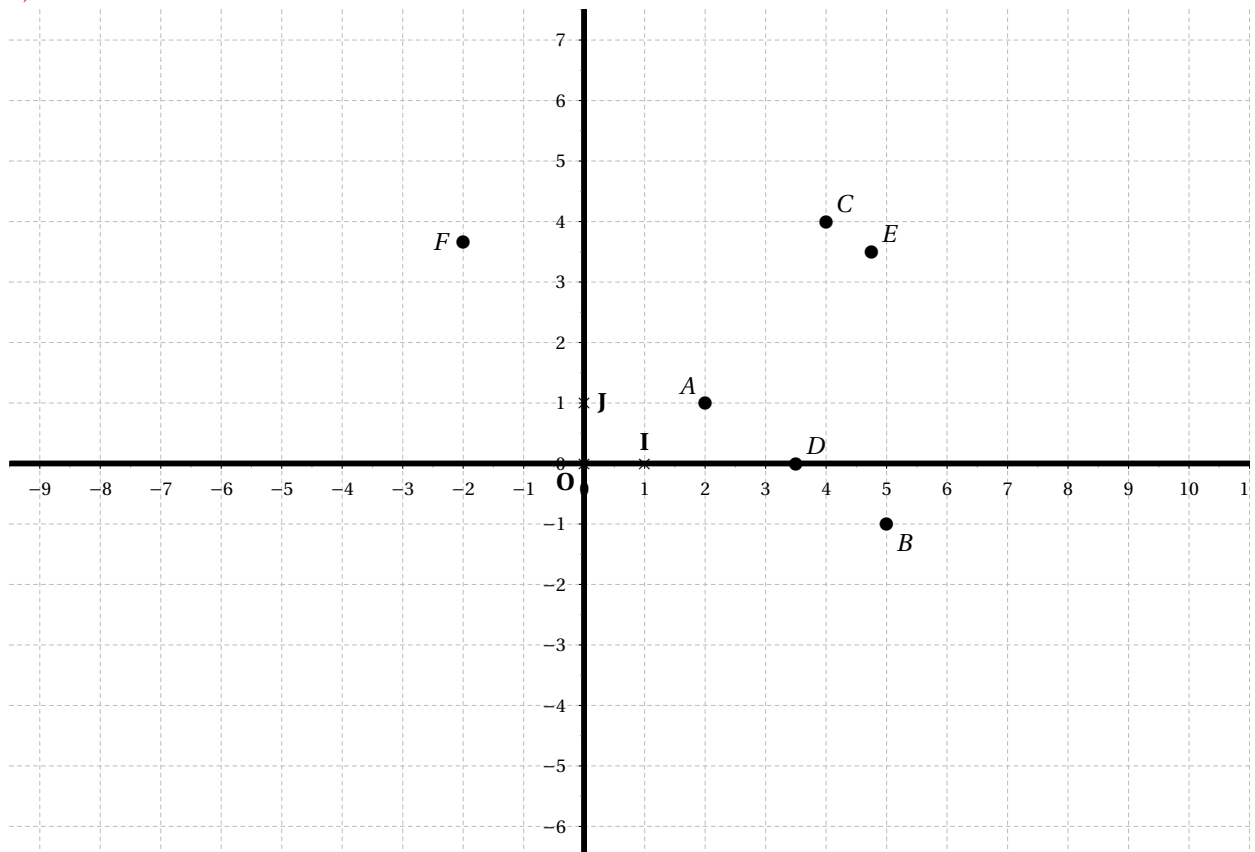
On peut utiliser un tableau de signes pour conclure :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$
$(x+3)(x-1)$	$+$	0	$-$	$+$

On a donc $g(x) \leq h(x)$ pour $x \in [-3; 1]$.

Exercice 3 (9,5 points)

1. 1,5



2. $AC = \sqrt{(4-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ 1,5

Or $AB = \sqrt{13}$ d'après l'énoncé. Le triangle est bien isocèle en A. 0,5

De plus on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$ car $\sqrt{13}^2 + \sqrt{13}^2 = 13 + 13 = 26 = \sqrt{26}^2$, le triangle est bien rectangle en A. 1

3. (a) $D = \left(\frac{2+5}{2}, \frac{1+(-1)}{2}\right) = (3, 0)$ 1

(b) $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{CE} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}$

$C = (4, 4) \Rightarrow \overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} x_E - 4 \\ y_E - 4 \end{pmatrix}$

On a donc $\begin{pmatrix} x_E - 4 \\ y_E - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}$

Ainsi $x_E = 0,75 + 4 = 4,75$ et $y_E = -0,5 + 4 = 3,5$

E a pour coordonnées : (4,75;3,5). 1,5

- (c) Les coordonnées des deux vecteurs concernés sont $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} 0,75 \\ -0,5 \end{pmatrix}$.

Le déterminant de ces deux vecteurs vaut : $3 \times (-0,5) - 0,75 \times 3 = 0$.

Le critère de colinéarité nous fait conclure que ces vecteurs sont colinéaires. Ainsi (AB) et (CE) sont parallèles. 1

4. $A = (2, 1)$, $B = (5, -1)$.

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, on cherche $F = (-2, y_F)$ tel que $\overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} -2-2 \\ y_F-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ y_F-1 \end{pmatrix}$ colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

D'après le critère de colinéarité on devrait alors avoir $3 \times (y_F - 1) - (-2) \times (-4) = 0 \iff 3y_F - 3 - 8 = 0 \iff 3y_F - 11 = 0 \iff y_F = \frac{11}{3}$ 1,5

Exercice 4 (2,5 points)

- $0,05 + 0,3 + p(3) + 0,1 + 0,15 + 0,3 = 1 \Rightarrow p(3) = 0,1$ 1
- Avoir un nombre pair : 2, 4, 6. La probabilité est : $0,3 + 0,1 + 0,3 = 0,7$
Avoir un nombre plus grand ou égal à 4 : 4, 5, 6. La probabilité est $0,1 + 0,15 + 0,3 = 0,55$
Max a raison. 1,5

Exercice 5 (8 points)

1. 1,5

	C	$\overline{C}$	Total
E	7	3	10
$\overline{E}$	5	485	490
Total	12	488	500

- $P(E) = \frac{10}{500} = 0,02$ 1
- $P(E \cap C) = \frac{7}{500} = 0,014$ 1
- (a) $D = E \cup C$ 1
(b) $P(D) = P(E) + P(C) - P(E \cap C) = \frac{10+12-7}{500} = \frac{15}{500} = 0,03$ 1
- $A = \overline{E} \cap \overline{C}$ ou $\overline{E \cup C}$. 1
- On ne regarde que la ligne E du tableau puisqu'on sait que l'ordinateur présente un défaut d'écran. Cette probabilité vaut $\frac{7}{10} = 0,7$. 1,5

Exercice 6 (5 points)

- $x \in [0, 4]$ car M est entre A et B. 0,5
- $AMNP$: côté = x. Son aire est x^2
— $MBQR$: côté = $4 - x$. Son aire est $(4 - x)^2$
Aire totale = $x^2 + (4 - x)^2 = x^2 + 16 - 8x + x^2 = 2x^2 - 8x + 16$
L'aire totale est supérieure à 10 pour $2x^2 - 8x + 16 > 10 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 > 0$ 0,5 si un carré 0,75 si les deux 1 pour aire totale développée +0,5 inéquation
- $(x - 3)(x - 1) = x^2 - x - 3x + 3 = x^2 - 4x + 3$. 1
- On remarque que l'expression $(x - 3)(x - 1)$ vaut exactement la moitié de $2x^2 - 8x + 6$. Ainsi $2x^2 - 8x + 6 = 2(x - 3)(x - 1)$ sous forme factorisée.
On utilise cette forme pour résoudre l'inéquation :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x-3$		$-$	0	$+$	
$x-1$	$-$	0	$+$		
$2(x-3)(x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

La surface est supérieure à 10 pour $x < 1$ ou $x > 3$. 2