

DS de Mathématiques

Durée 1 heure.

Exercice 1. (3 points)

Le volume d'une pyramide vaut $V = \frac{1}{3} \times b \times h$

où V est le volume, b est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.

1. Une pyramide de volume 21 m^3 et dont la base a une aire de 45 m^2 a quelle hauteur?

En remplaçant les données on a : $21 = \frac{1}{3} \times 45 \times h$, en multipliant de chaque côté par 3 on obtient $63 = 45h$, il reste à diviser par 45 : $h = \frac{63}{45} = 1,4$

2. Exprimer $h = \dots$ en fonction des autres variables.

On laisse le h tout seul d'un côté : $h = \frac{V \times 3}{b}$

Exercice 2. (8 points)

$$f(x) = (2x+1)(x-3)$$

$$g(x) = 2x^2 + 7x$$

$$h(x) = 4x^2 - 100$$

$$i(x) = x^2 - 15$$

1. Développer $f(x)$.

$$f(x) = (2x+1)(x-3) = 2x \times x + 2x \times (-3) + 1 \times x + 1 \times (-3) = 2x^2 - 6x + x - 3 = 2x^2 - 5x - 3$$

2. Factoriser, si possible, $g(x)$, $h(x)$ et $i(x)$.

Pour g on factorise par x , le facteur commun : $g(x) = 2x^2 + 7x = x(2x + 7)$

Pour h c'est la troisième identité remarquable : $h(x) = 4x^2 - 100 = (2x - 10)(2x + 10)$ car $(2x)^2 = 4x^2$ et $10^2 = 100$

Pour i c'est également la troisième identité remarquable : $i(x) = x^2 - 15 = (x - \sqrt{15})(x + \sqrt{15})$ car $(x)^2 = x^2$ et $\sqrt{15}^2 = 15$

3. Résoudre les équations suivantes en utilisant la forme la plus adaptée à chaque fois.

a. $f(x) = 0$.

On a un " $= 0$ ", il vaut donc mieux utiliser la forme factorisée.

$$f(x) = 0 \iff (2x+1)(x-3) = 0.$$

Or un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul. On a deux solutions possibles :

$$2x+1=0 \text{ ce qui donne } x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{et } x-3=0 \text{ ce qui donne } x=3.$$

b. $f(x) = g(x)$

Pas de " $= 0$ " donc on utilise les formes développées.

$$f(x) = g(x) \iff 2x^2 - 5x - 3 = 2x^2 + 7x \iff 2x^2 - 2x^2 - 5x - 7x = 3 \text{ en plaçant tous les } x \text{ du même côté.}$$

$$\text{Ainsi } f(x) = g(x) \iff -12x = 3 \iff x = \frac{3}{-12} = -\frac{1}{4}$$

c. $h(x) = -100$

Pas de " $= 0$ " donc on utilise la forme développée.

$$h(x) = -100 \iff 4x^2 - 100 = -100 \iff 4x^2 = 0 \iff x^2 = \frac{0}{4} = 0 \iff x = \sqrt{0} = 0$$

Exercice 3. (4 points)

Une association organise une vente de T-shirts personnalisés pour financer un projet. Deux imprimeurs proposent des offres différentes :

- **Offre A** : 3 € par T-shirt, avec 60 € de frais fixes pour la préparation du logo.
- **Offre B** : 5 € par T-shirt, sans frais fixes.

On note x le nombre de T-shirts commandés.

1. Exprimer en fonction de x le coût total de l'offre A. On notera cette expression $A(x)$. Faire de même avec l'offre B notée $B(x)$.

$$A(x) = 3x + 60 \text{ et } B(x) = 5x$$

2. Quelle forme (développée ou factorisée) semble la plus adaptée pour comparer les deux offres? Justifier brièvement.

Pour comparer les deux offres on utilise plutôt les formes développées car ce n'est pas un " $= 0$ " que l'on résout.

3. Modélise cette situation par une inéquation.

$3x + 60 < 5x$ permet de comparer les deux offres.

4. Détermine à partir de combien de T-shirts l'offre A devient plus avantageuse que l'offre B.

$$3x + 60 < 5x \iff 3x - 5x < -60 \iff -2x < -60 \iff x > \frac{-60}{-2} \iff x > 30$$

Exercice 4. (3 points)

Si j'augmente de 8 cm la longueur de chaque côté d'un carré, l'aire de ce carré augmente de 84 cm².

Quelle est l'aire de ce carré?

Justifiez et même si vous ne trouvez pas la solution donner le détail de vos pistes de raisonnement (dessins, exemples, tentatives etc...).

Posons x , la longueur des côtés du carré de départ. Son aire est alors x^2 .

Le carré augmenté a des côtés de longueur $x + 8$ et une aire de $(x + 8)^2$.

L'énoncé précise que l'aire du second fait 84 de plus que l'aire du premier. Traduisons cela en équation :

$$(x + 8)^2 = x^2 + 84 \iff x^2 + 16x + 64 = x^2 + 84 \iff x^2 - x^2 + 16x = 84 - 64 \iff 16x = 20 \iff x = \frac{20}{16} = 1,25$$